Johannes KEPLER

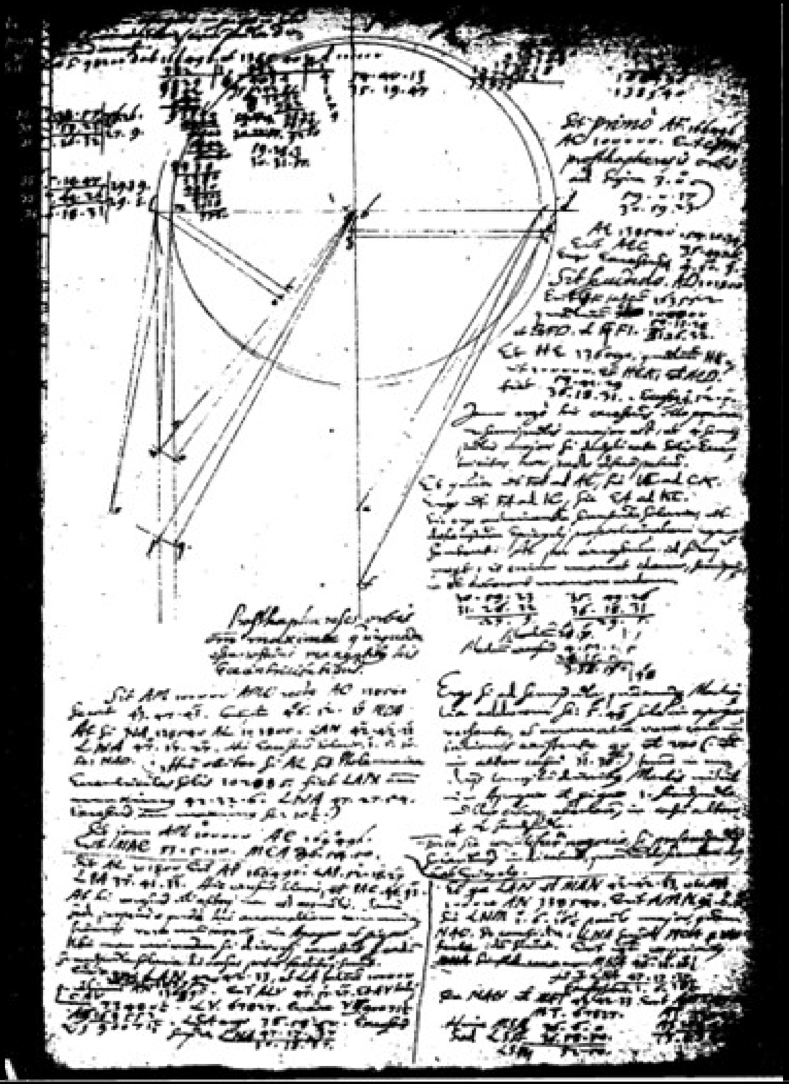
1571 -1630

Les 3 lois qui régissent les mouvements des planètes sur leur orbite

Étude de la démarche qui mena Kepler a découvrir ses lois

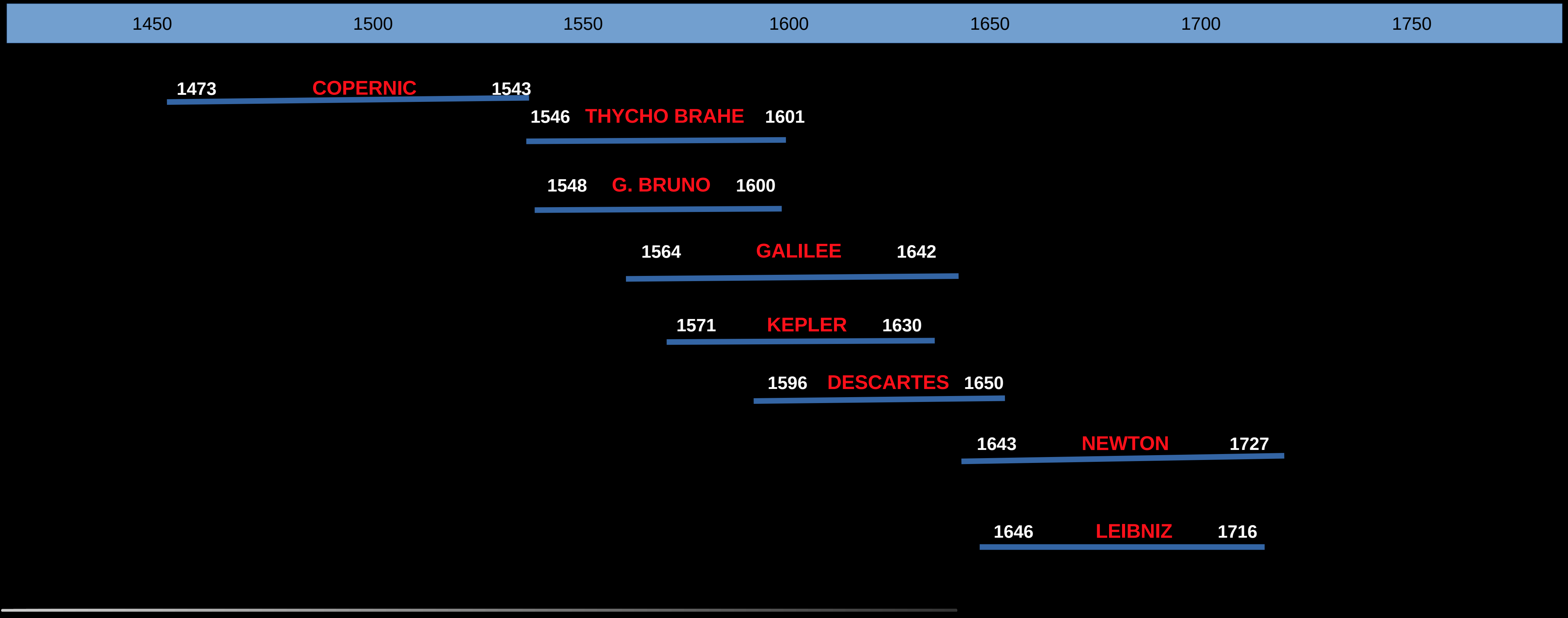
- **Première loi:** la loi des ellipses
- **Deuxième loi:** la loi des aires
- **Troisième loi:** la loi des périodes

Rappel des fondements



Une page autographe de Astronomia Nova

CHRONOLOGIE



LA RELIGION ET LA CULTURE

- Au XVIIé siècle, les scientifiques étaient préoccupés par l’ « *Harmonie* » de l’Univers

- Cette préoccupation leur venait :
  - De convictions religieuses
  - De leur formation académique (trivium et quadrivium : musique, arithmétique, géométrie et astronomie)

- Dans le quadrivium, l’harmonie se manifestait par les relations entre les sons musicaux et les rapports arithmétiques dont l’étude remonte à Pythagore.

- L’astronomie repose sur les théories de Platon et Ptolémée

- Dans sa recherche de l’Harmonie céleste, Kepler est inspiré par les travaux des pythagoriciens sur la musique.

PYTHAGORE

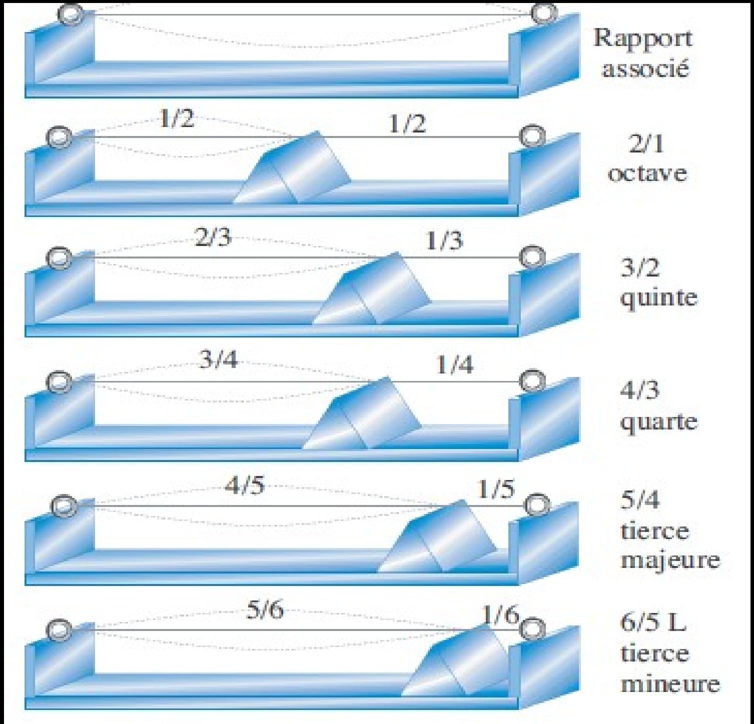
Les premières tentatives d’apporter une explication rationnelle au monde furent le fait de philosophes

Pythagore et ses disciples étaient convaincus :

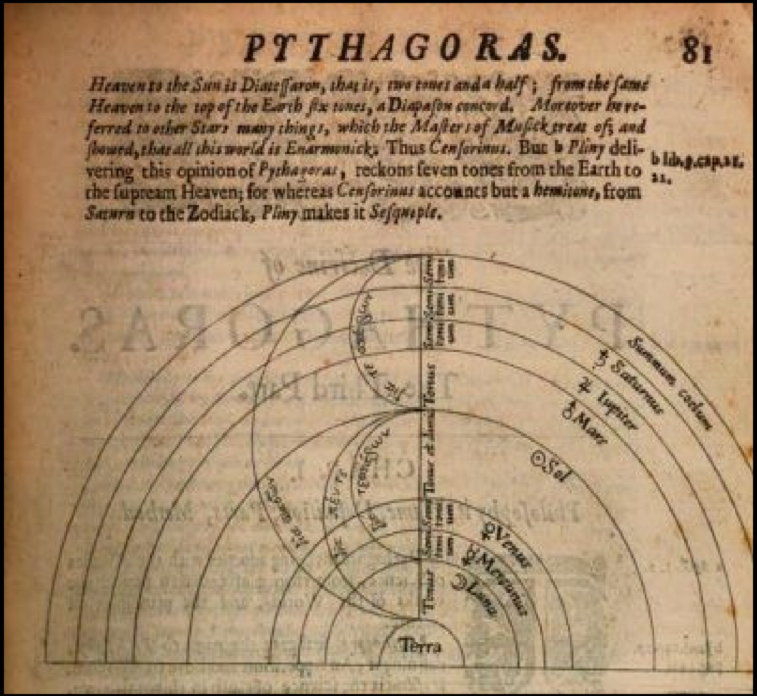
‘’ que l’on pouvait réduire le réel à des relations mathématiques”

‘’ que le monde était régi par une harmonie céleste ”

‘’que les distances entre les planètes et les rapports entre leurs vitesses devaient être harmoniquement déterminés.’’



L’harmonie des cordes vibrantes


PYTHAGORAS. 81

Heaven to the Sun is Diatessaron, that is, two tones and a half; from the same Heaven to the top of the Earth six tones, a Diapason concord. Moreover he referred to other Stars many things, which the Masters of Musick treat of, and showed, that all this world is Enarmonick; Thus Censorinus. But b Pliny delivering this opinion of Pythagoras, reckons seven tones from the Earth to the supream Heaven; for whereas Censorinus accounts but a hemitone, from Saturn to the Zodiack, Pliny makes it Sesquiple.

b lib.2.cap.22.

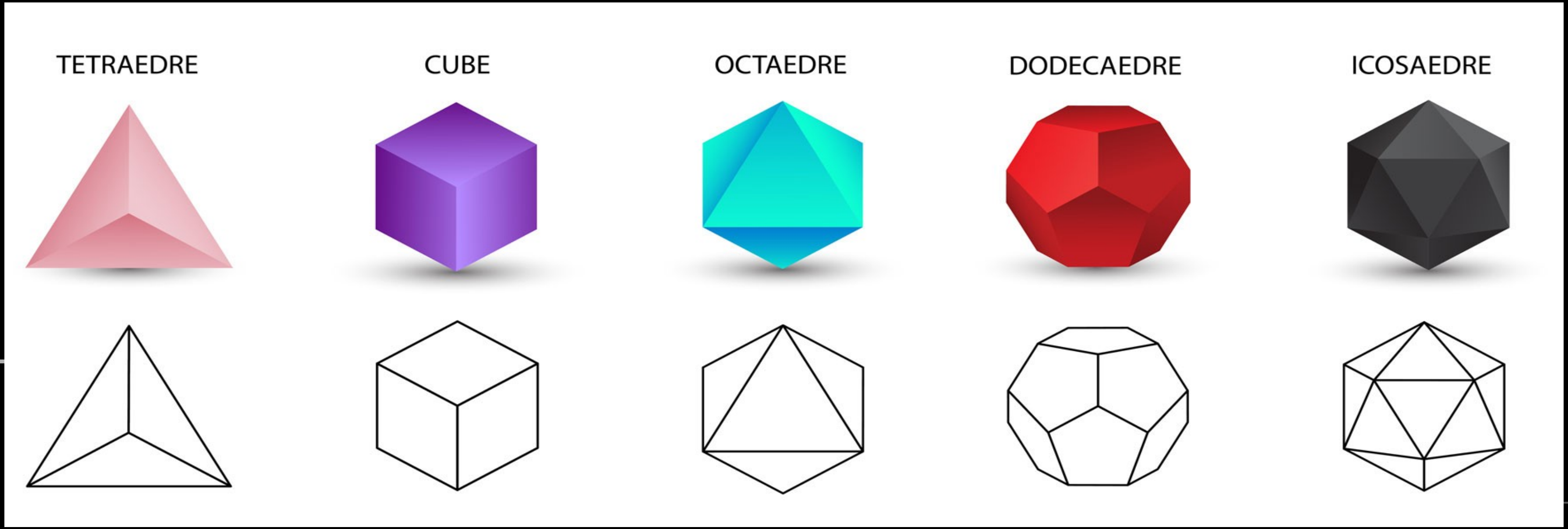
L’harmonie des sphères

Rapport de nombre naturel

PLATON

Platon associe à chacun des cinq éléments un polyèdre régulier inscriptible dans une sphère. Toutes ses faces sont des polygones réguliers isométriques : tous les côtés sont de même longueur et tous les angles sont de même mesure. Il en existe cinq et cinq seulement possédant de telles propriétés

Selon Platon, la perfection de ces polyèdres (les solides de Platon)symbolise par excellence les cinq éléments.

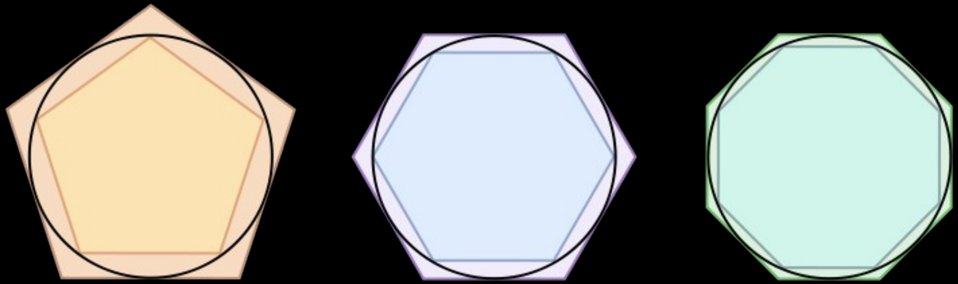


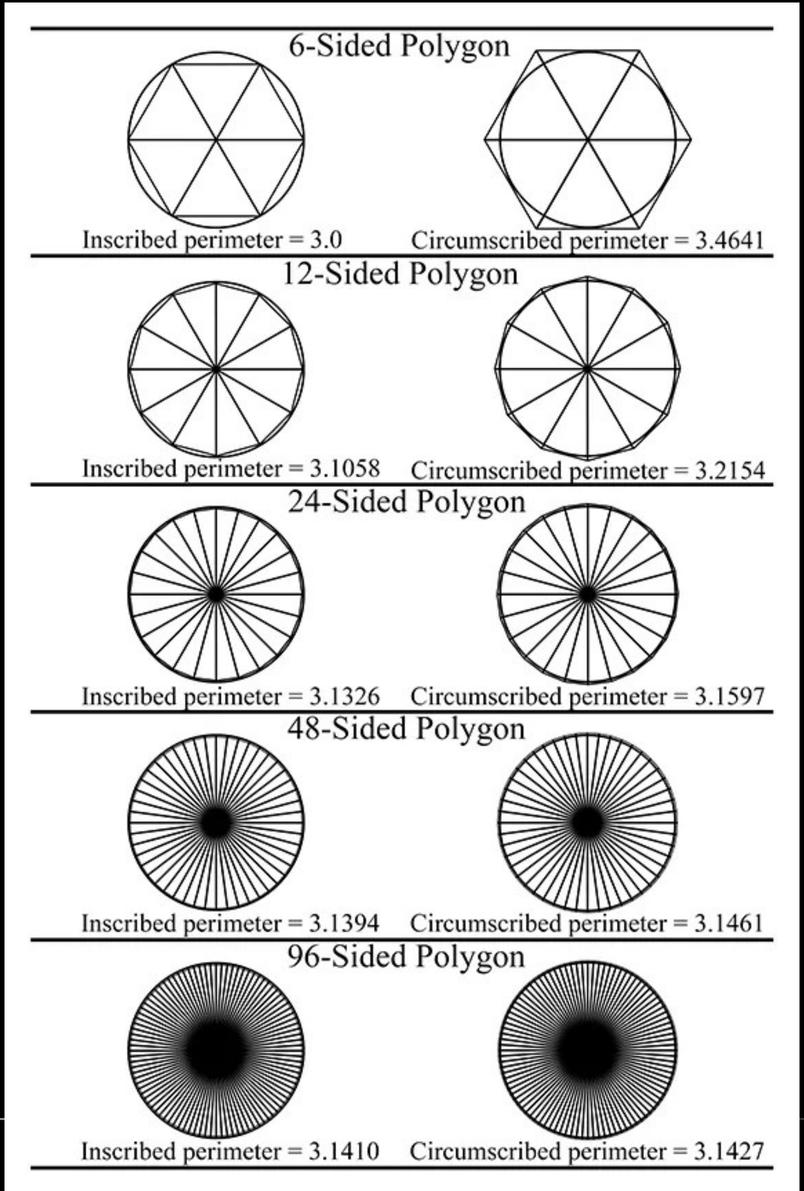
ARCHIMÈDE

Archiméde a calculé le nombre π

περιμετροε = périmètre

Archiméde développa une méthode de calcul dite d’exhaustion

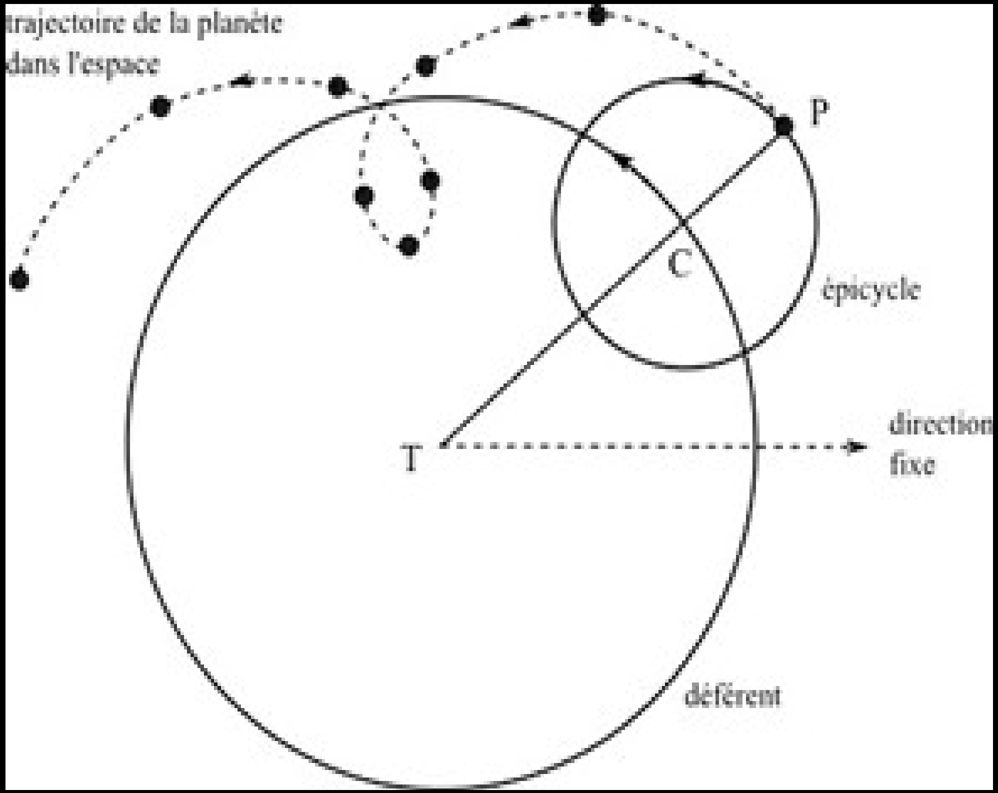




PTOLEMEE

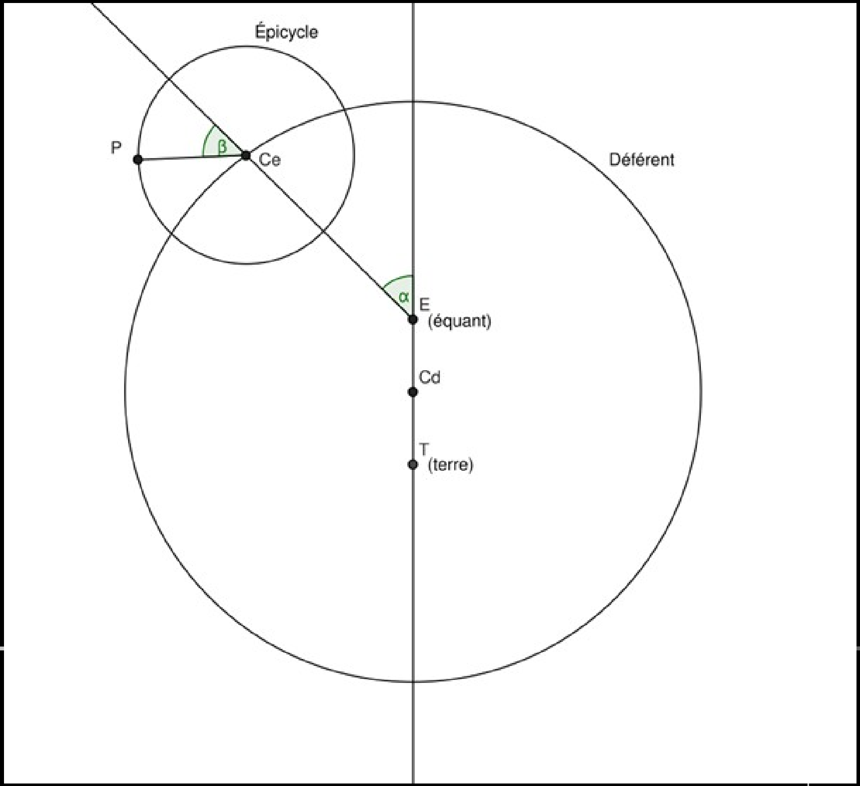
Ptolémée fait une synthèse remarquable des travaux de ses prédécesseurs astronomes résumée dans l'Almageste

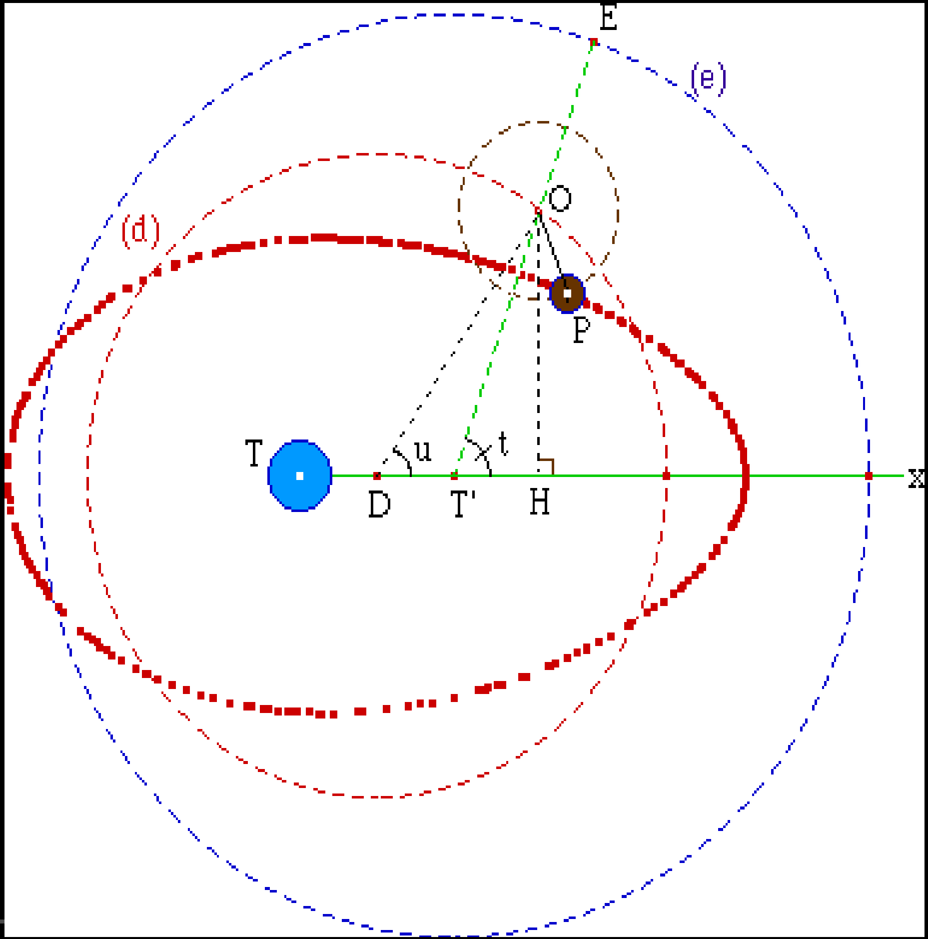
La théorie des cercles déférents et des épicycles *(Appolonios de Perga)*



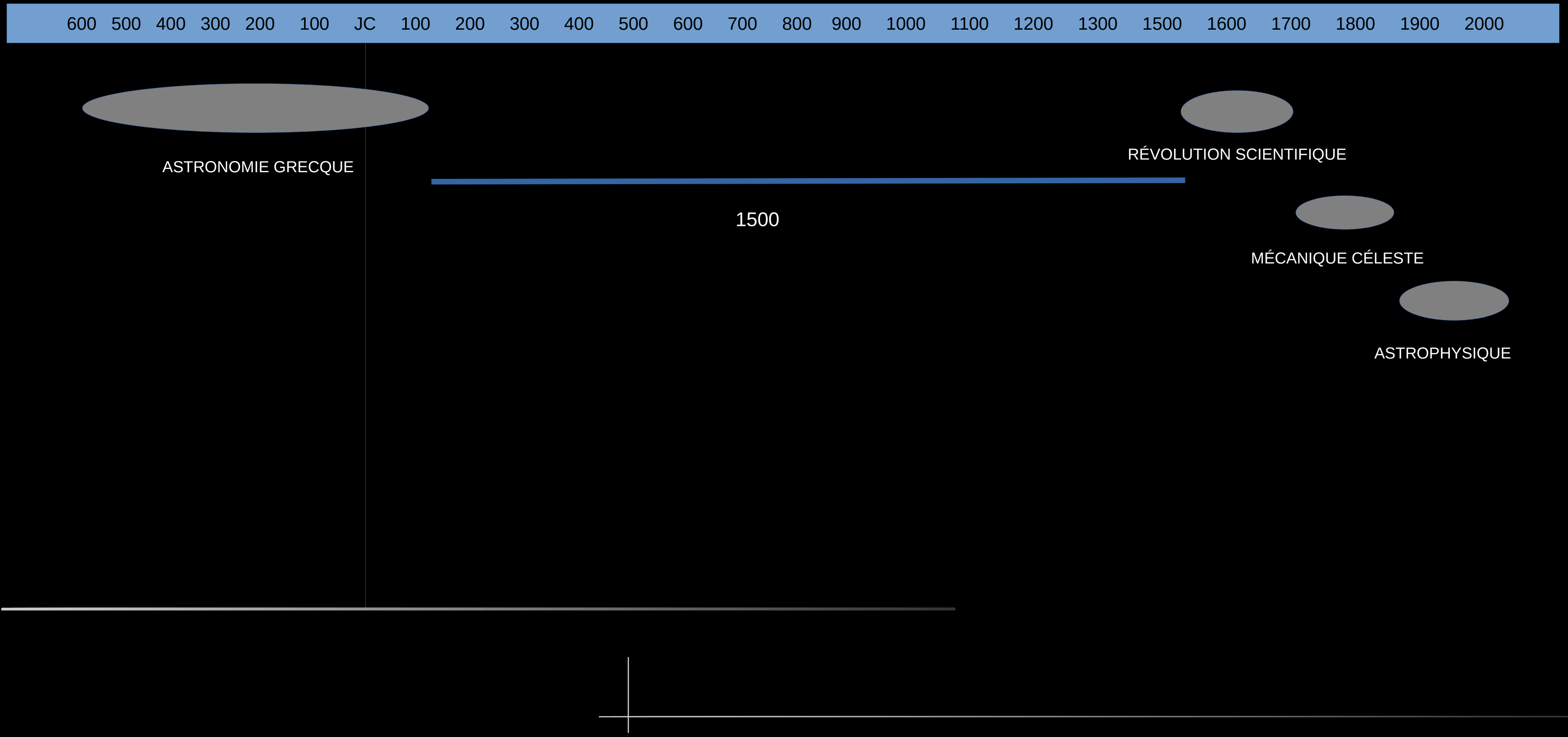
La théorie planétaire de Ptolémée

Introduction du point équant





CHRONOLOGIE



Kepler a la quasi totalité des outils pour travailler

- La théorie de l’harmonie céleste de Pythagore.
- Les épicycles et déférents de Ptolémée.
- La méthode de calcul de l’exhaustion d’Archimède.
- La théorie des solides de Platon.
- La théorie de l’héliocentrisme de Copernic.

<u>Mysterium Cosmographicum</u>
(Mystère du Cosmos) publié en 1596

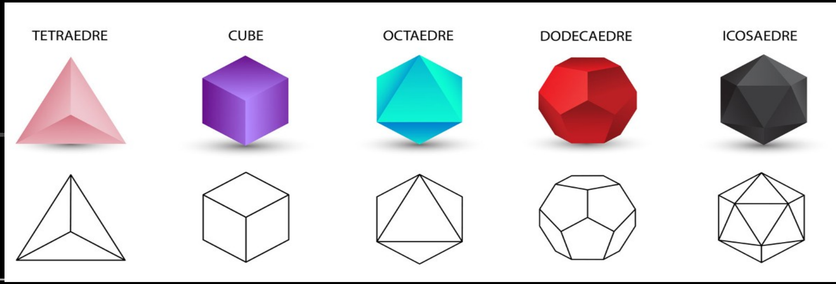
Kepler est un copernicien convaincu.

Très croyant, il s'attache à mettre en évidence la perfection de l'univers qu'il considère comme l'œuvre de Dieu et cherche donc des raisons à tout ce qu'il observe.

Kepler essaye d'établir des relations numériques entre les rayons des différentes orbites des planètes, ou encore entre les différences de ces rayons. Sans résultat.

Kepler décide de se tourner vers la géométrie pour expliquer le nombre des planètes et les distances les séparant du Soleil.

Il reprend l'étude des solides de Platon

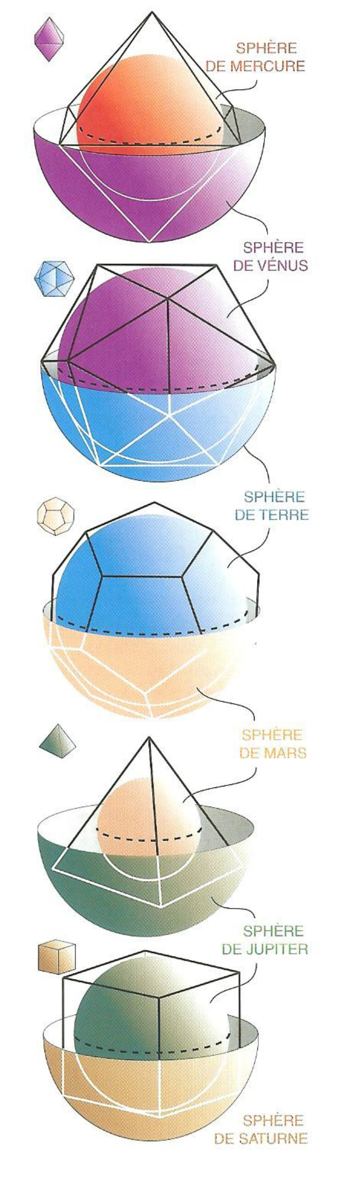


L’illumination de Kepler est la suivante : comme il existe six planètes et donc cinq intervalles entre ces planètes, l’univers doit être basé sur les cinq solides platoniciens!

Une propriété de ces polyèdres réguliers est qu’il est possible de leur inscrire une sphère qui touche le centre de chacune des faces et de leur circonscrire une sphère qui touche tous les sommets.

Dans la préface de *Mysterium Cosmographicum* Kepler écrit :
« Je vais tenter de prouver que Dieu en créant l’univers et en déterminant l’ordre dans le cosmos a utilisé les cinq corps réguliers de la géométrie, connus depuis l’époque dePythagore et Platon. »

CUBE TETRA DODECA ICOSA OCTA



Kepler est fasciné par la beauté de sa découverte.

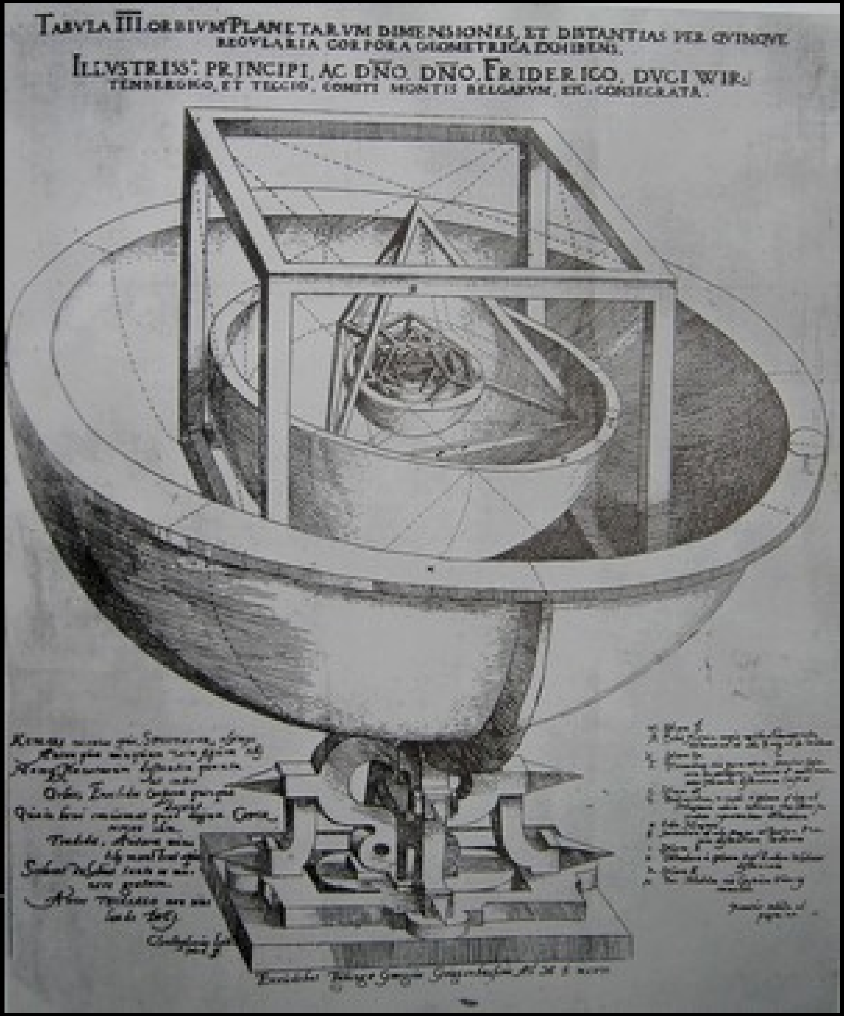
Mais Kepler est un passionné de l’exactitude.

Il se rend compte des limites de son modèle … car des ellipses ne rentrent pas dans des sphères…

Il transmet son *Mysterium Cosmographicum* à Tycho Brahè qui est enthousiasmé...

Kepler se voit confié par Tycho Brahé l’étude de l’orbite de Mars

Mais Tycho Brahé ne veut pas donner ses mesures pour défendre une théorie qu’il ne partage pas



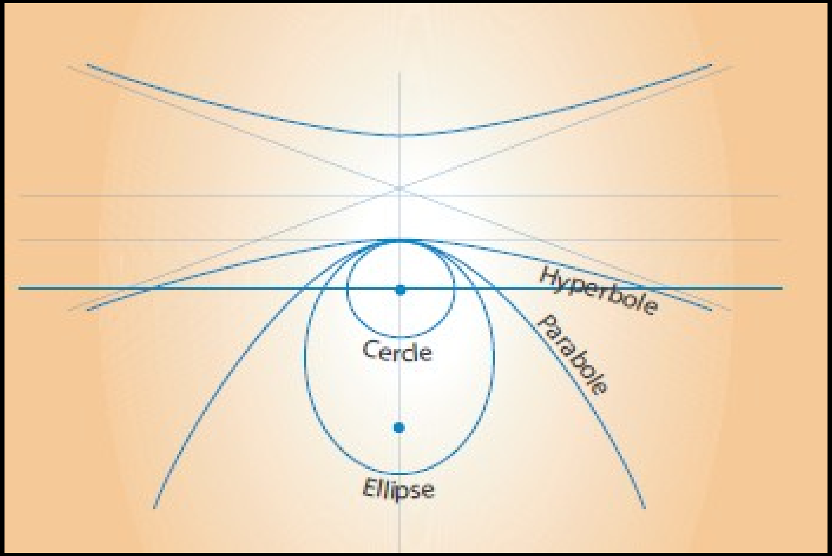
Modéle de l’univers de Kepler s’appuyant sur les solides de Platon

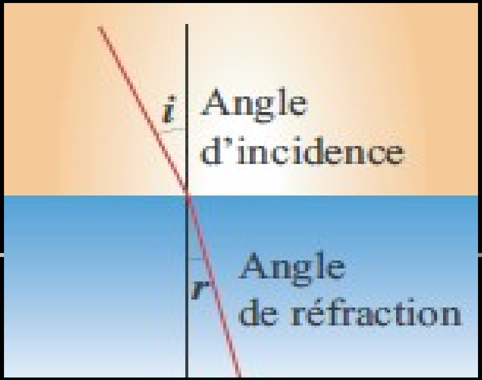
Optica

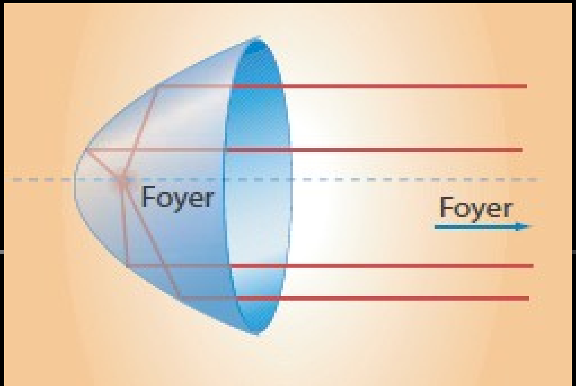
Kepler se tourne vers l’optique pour corriger certaines erreurs dans les mesures du fait de la diffraction

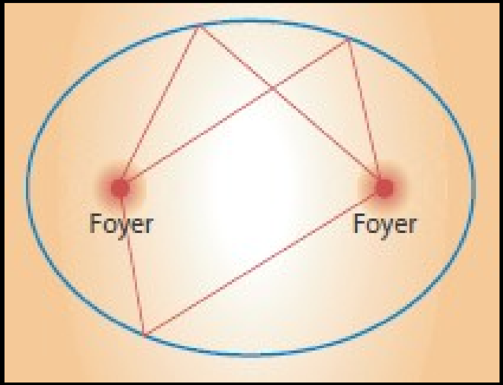
Il examine diverses formes de miroirs et de lentilles, dont les formes de la famille des coniques.

Il découvre l’ellipse et ses foyers …









Kepler a tous les outils pour travailler...

- La théorie de l’harmonie céleste de Pythagore.
- Les épicycles et déférents de Ptolémée
- La méthode de calcul de l’exhaustion d’Archimède
- La théorie des solides de Platon
- La théorie de l’héliocentrisme de Copernic
- Il a accès à toutes les observations de Tycho Brahè
- Il a la connaissance physique de l’ellipse et de ses foyers

Astronomia Nova (Astronomie Nouvelle) publié en 1609

Deuxième loi : la loi des aires

- **Toutes les mesures étant faites depuis la Terre, il est essentiel de connaître sa position avec précision**

- **La première constatation : la Terre ne se déplace pas à vitesse constante**

- **Ce constat est valable pour toutes les planètes : le mouvement est plus rapide lorsque l’astre est plus proche du Soleil**

- **Kepler veut comprendre pourquoi ces vitesses varient …**

Astronomia Nova - Deuxième loi : la loi des aires

- **Kepler s’intéresse aux cause des mouvements....c’est sans précedent !**

- **Kepler avance les hypothèses suivantes :**

  - la force qui déplace les planètes est située dans le Soleil

  - cette force et inversement proportionnelle à la distance… petite erreur !!

- **Appliquons ces hypothèses à la Terre ….**

- Considérons que la Terre se déplace du point A au point H
- Kepler divise l'arc AH en arcs de même longeur

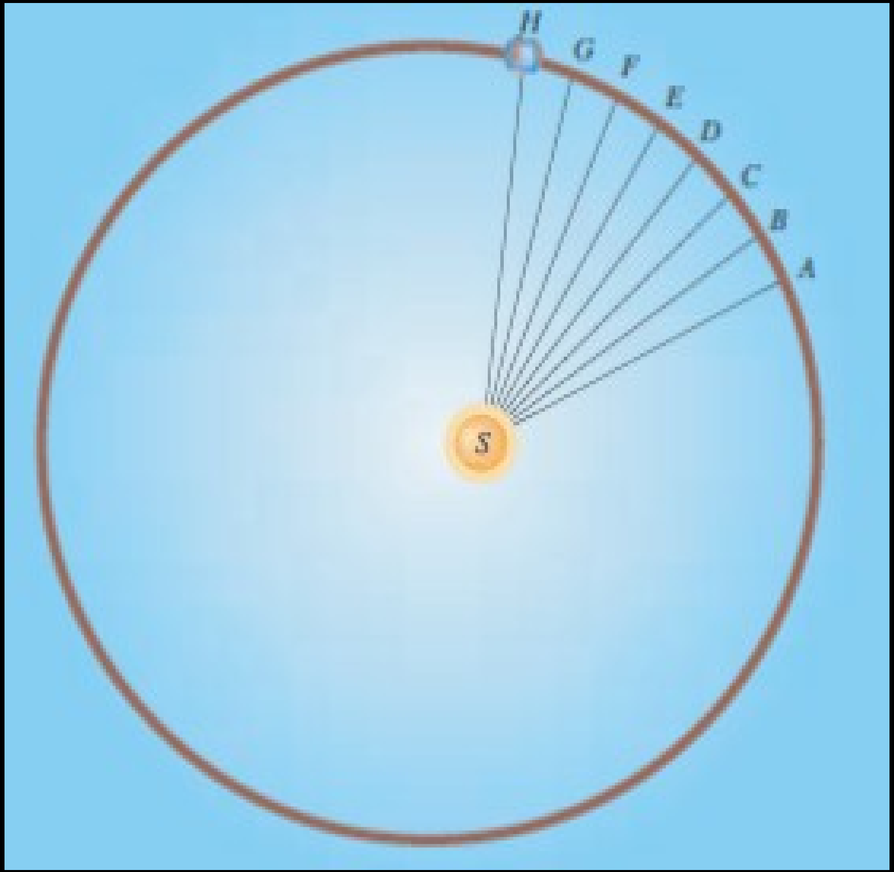
$$AB = BC = CD = \ldots = GH$$

- Notons T_{AB} est le temps nécessaire pour parcourir un arc AB
- La vitesse pour parcourir l'arc AB

$$V_{AB} = AB / T_{AB} \text{, ou } T_{AB} = AB / V_{AB}$$

- En supposant que la vitesse V_{AB} est inversement proportionnelle à la distance AS au Soleil, on obtient

$$V_{AB} = k/AS \text{ (soit } 1/V_{AB} = AS/k\text{)}$$



- Le temps pour aller de A à H est :

  $T_{AH} = T_{AB} + T_{BC} + T_{CB} + \ldots + T_{GH}$

- comme $T_{AB} = AB/V_{AB}$, $T_{BC} = BC/V_{BC}$,…

  $T_{AH} = AB/V_{AB} + BC/V_{BC} + CD/V_{CD} + \ldots + GH/V_{GH}$

- Puisque AB = BC = CD = … = GH

  $T_{AH} = AB/V_{AB} + AB/V_{BC} + AB/V_{CD} + AB/V_{GH}$

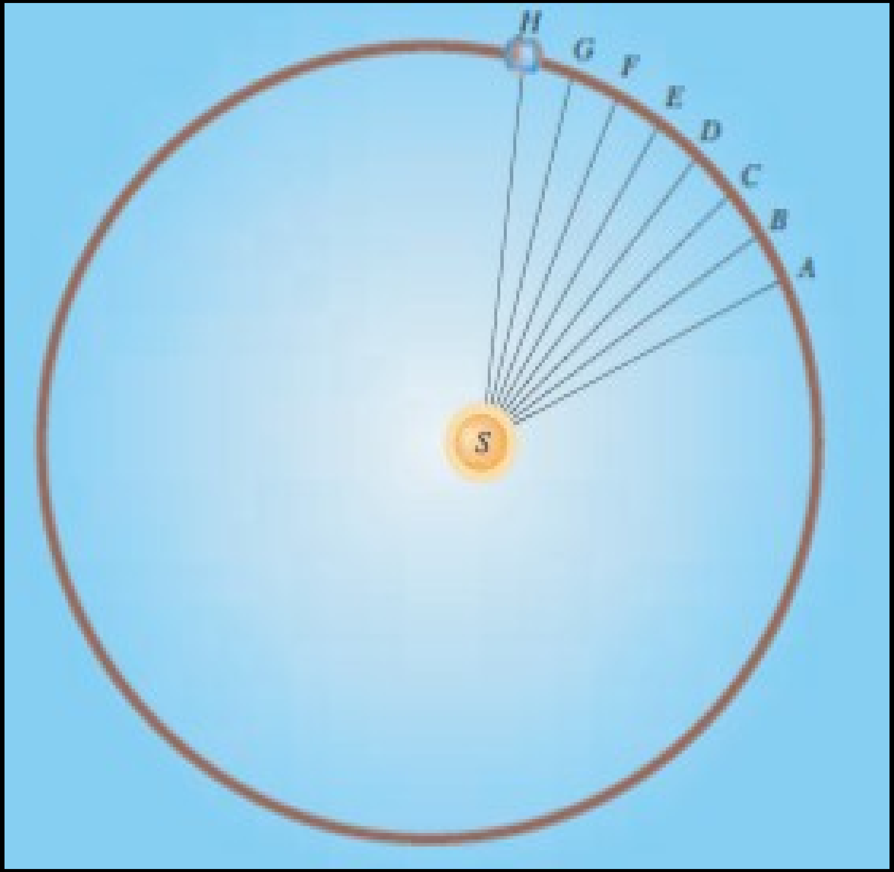
  $T_{AH} = AB\,(1/V_{AB} + 1/V_{BC} + 1/V_{CD} + \ldots + 1/V_{GH})$

- Comme $V_{AB} = k/AS$, soit $1/V_{AB} = AS/k$

  $T_{AH} = AB(AS/k + BS/k + CS/k + \ldots + GS/k)$

  $T_{AH} = AB/k\,(AS + BS + CS + \ldots + GS)$

- Donc le temps nécessaire pour que la Terre parcourt l'arc AH est proportionnel à la somme des rayons compris dans la portion d'orbite AG

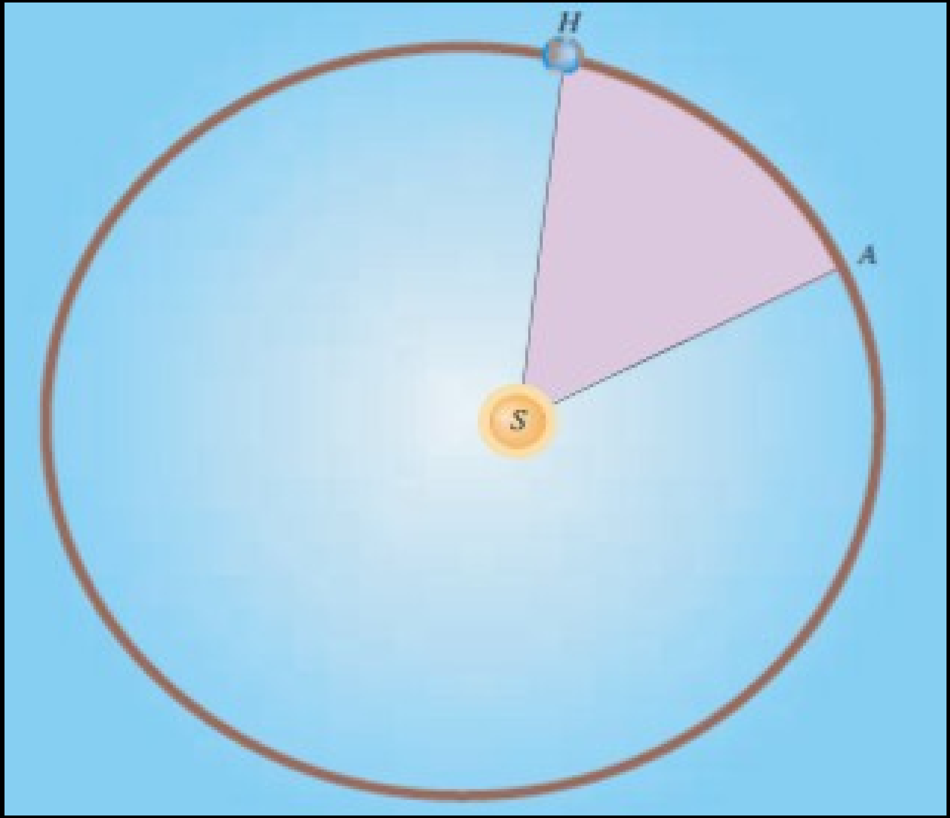


- Si on augmente le nombre de subdivision de l’arc AH, le résultat sera toujours le même

- Le temps de parcours d’une portion d’orbite est proportionnel à la somme des rayons de cette portion d’orbite

- Pour achever le calcul, Kepler utilise la méthode d’exhaustion utilisée par Archimède pour l’aire d’un cercle en remplaçant la somme infinie de toutes les distances par l’aire de la portion d’orbite

- En mathématique moderne, il s’agirait d’une intégrale...

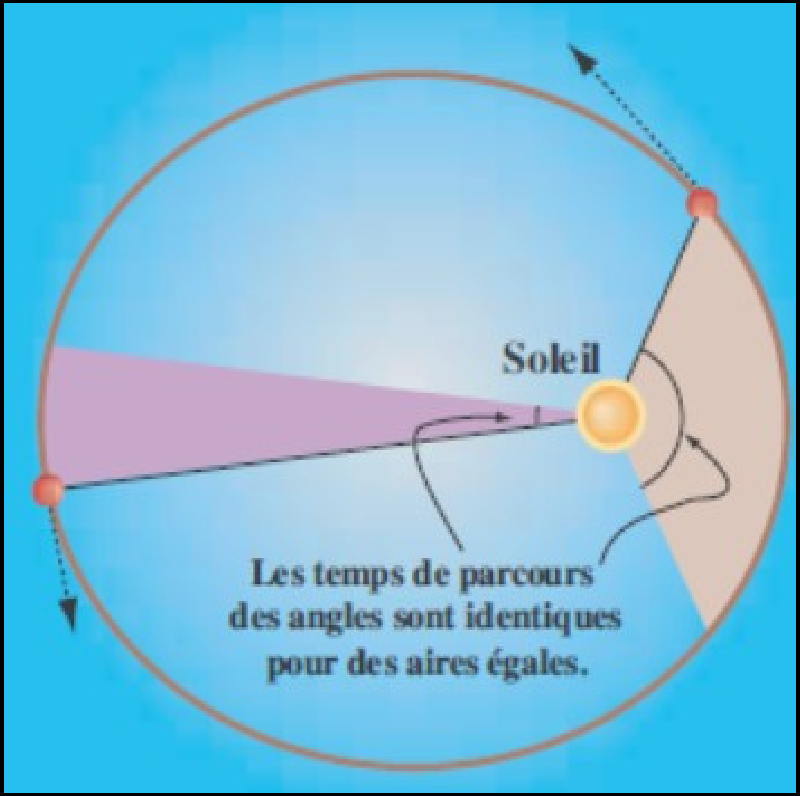


- **Ce résultat, appelé « loi des aires » ou « deuxième loi de Kepler » a en fait été obtenu avant la première loi**

- **Elle s’applique à toutes les planètes et s’énonce :**

- **Deuxième loi :**
  La droite joignant une planète au Soleil balaie des aires égales en des temps égaux

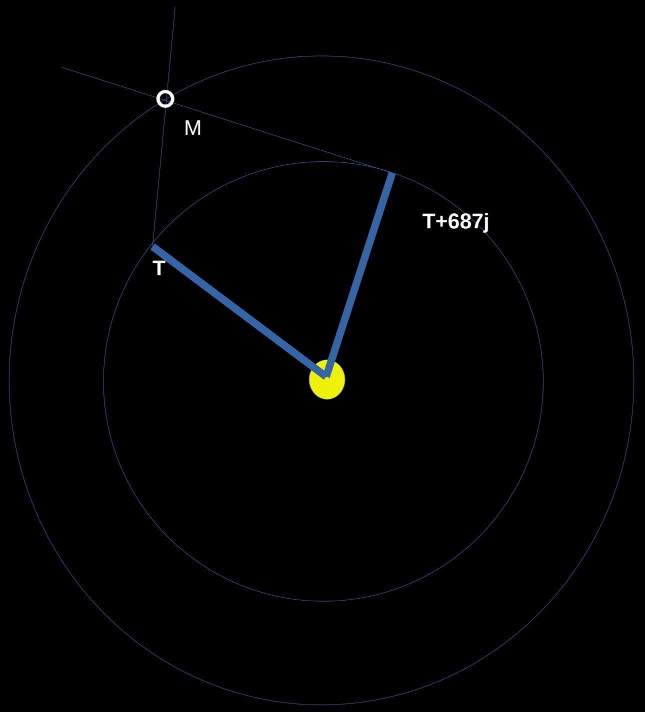
- **Kepler retardera la publication de cette loi car il doute…**



PREMIÈRE LOI : LA LOI DES ELLIPSE

- Rappelons que Tycho Brahè a confié à Kepler l’étude de l’orbite de Mars
- L’année martienne dure 687 jours.
- Si on considère une position particulière de Mars sur son orbite, la planète occupe la même position 687 jours plus tard.
- Durant cet intervalle de temps, la position de la Terre a changé.
- Si en chacun de ces instants on mesure la position de Mars et la position du Soleil par rapport à la Terre, il est possible de déterminer un point de l’orbite de Mars.

- **Mars occupe la même position dans le ciel aux instants T et T+687 jours**
- **La position de la Terre a changée**
- **On mesure les angles de Mars et du Soleil par rapport à la Terre**
- **On connaît un point de l’orbite de Mars**
- **Il n’est cependant pas facile d’obtenir des mesures aussi espacées dans le temps.**
- **Dans l’ensemble des observations de Tycho Brahe, Kepler ne peut compter que sur dix mesures pour mener à bien cette étude, soit 5 points de l’orbite**

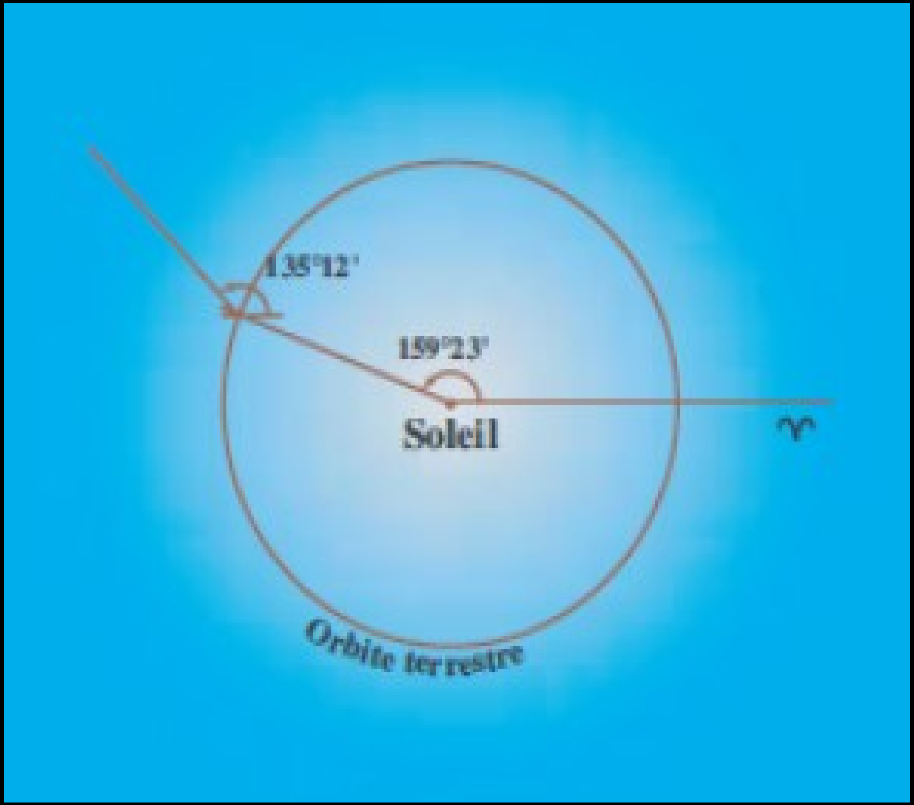


- **Nous allons illustrer comment il obtint ces points en considérant les données du tableau suivant, dans lequel les données sont groupées par intervalles de 687 jours, l'année martienne.**

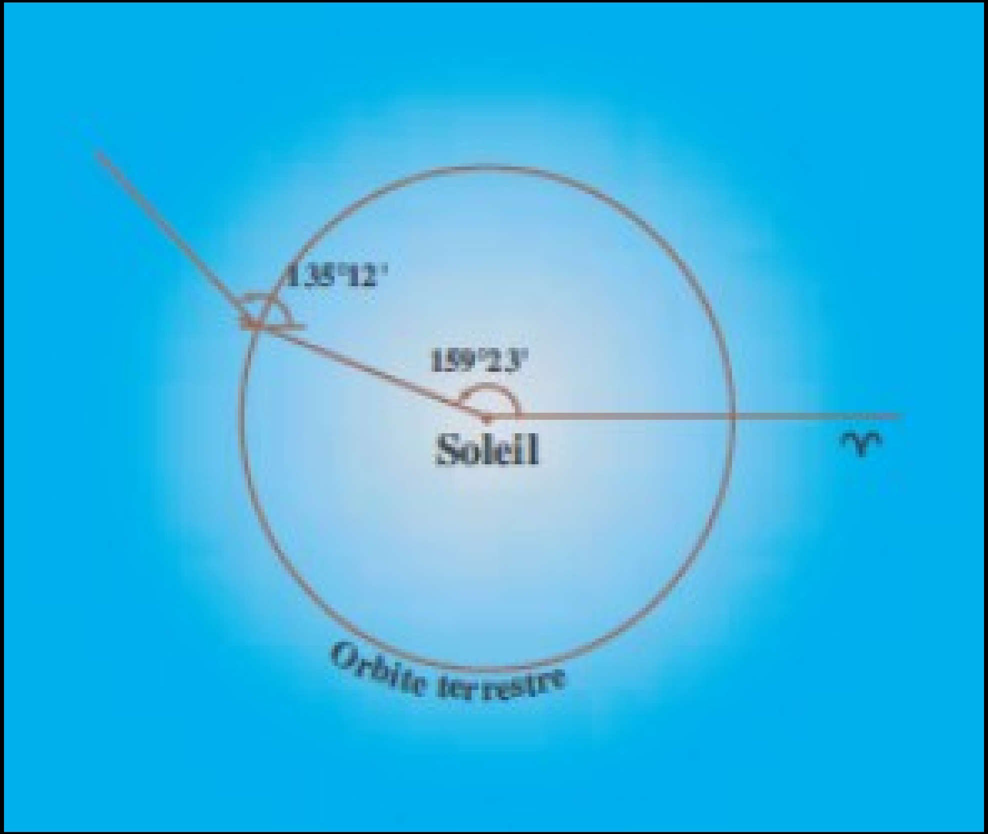
DATE DE L'OBSERVATION	TERRE LONGITUDE HELIOCENTRIQUE	MARS LONGITUDE GEOCENTRIQUE
15 février 1585	159°23'	135°12'
5 janvier 1587	115°21'	182°08'
19 septembre 1591	5°47'	284°18'
6 août 1593	323°26'	346°56'
7 décembre 1593	85°23'	3°04'
25 octobre 1595	41°42'	49°42'
28 mars 1587	196°50'	168°12'
12 février 1589	153°42'	218°48'
10 mars 1585	179°41'	131°48'
26 janvier 1587	136°06'	184°42'

- La longitude héliocentrique de la Terre est l’angle entre la direction du point vernal (équinoxe de printemps) et la Terre avec le Soleil comme sommet.

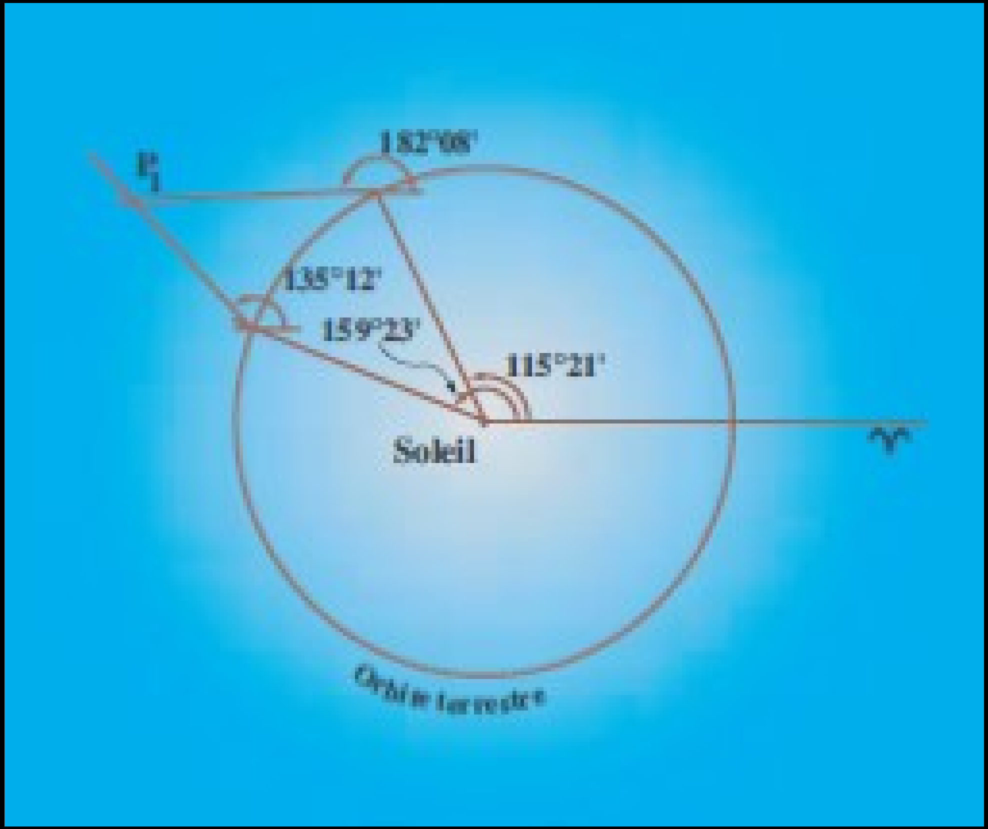
- La longitude géocentrique de Mars est l’angle entre la direction du point vernal et Mars avec la Terre comme sommet.



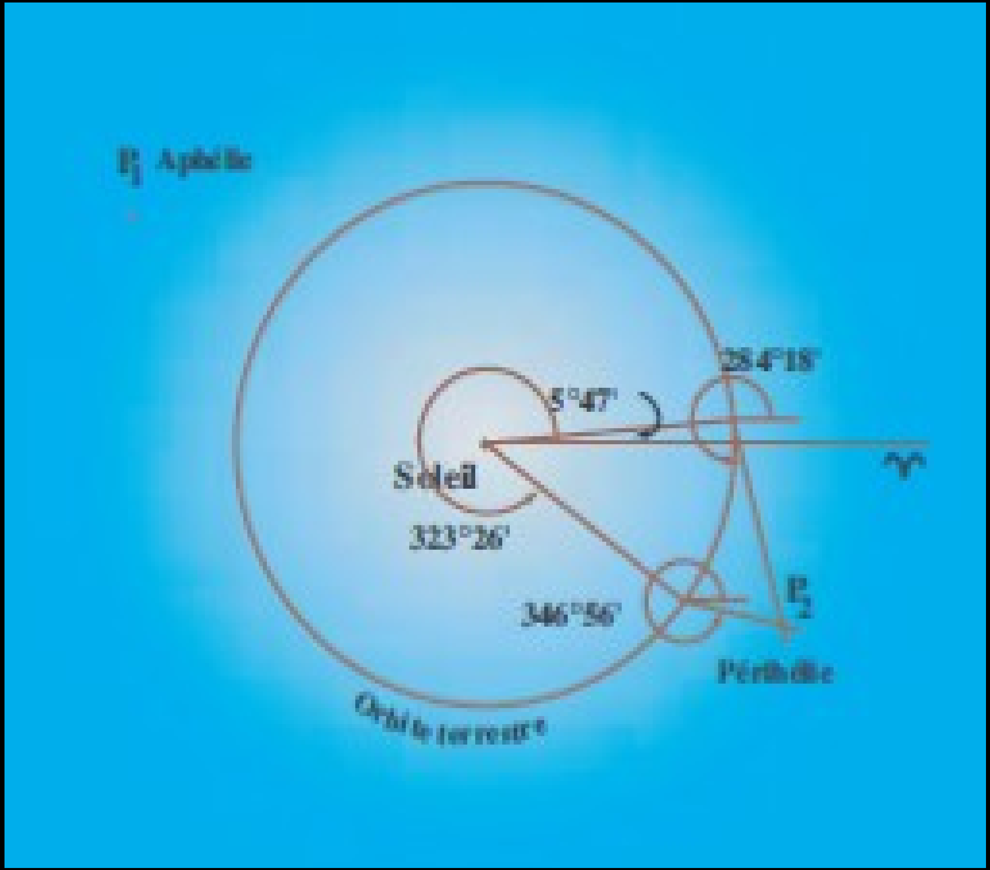
- Considérons le Soleil au centre de l’orbite terrestre et prenons le point vernal comme la direction 0°
- En reportant la longitude héliocentrique de 159°23’ de la Terre, le 17 février 1585, on détermine la position de la Terre par rapport au Soleil sur cette circonférence.
- Puis, à partir de cette position, on peut tracer la droite donnant la direction de la planète Mars puisque sa longitude par rapport à la Terre est alors de 135°12’.



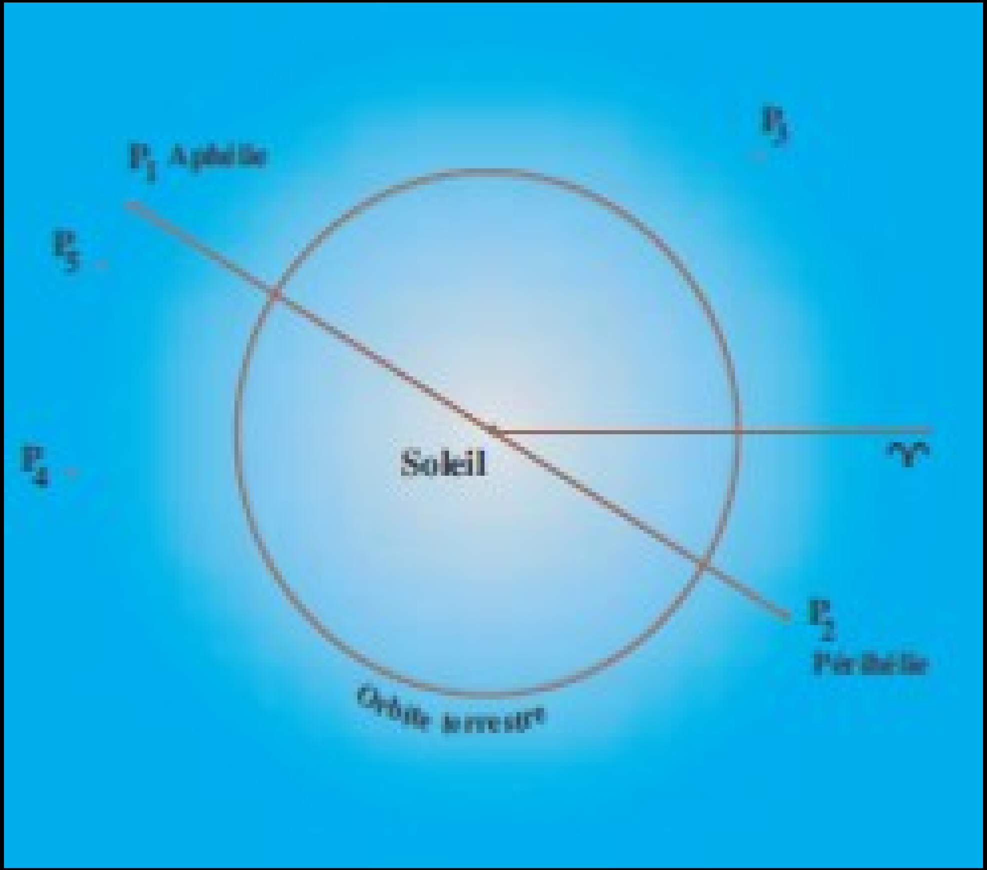
- En procédant de la même façon pour les données du 5 janvier 1587, 687 jours plus tard, soit 115°21’ pour la longitude héliocentrique de la Terre et 182°08’ pour la longitude géocentrique de Mars, on obtient la direction de Mars à cette date.
- Le point de rencontre des directions de Mars du 17 février 1585 et du 5 janvier 1587 donne alors un premier point P1 de l’orbite de la planète.



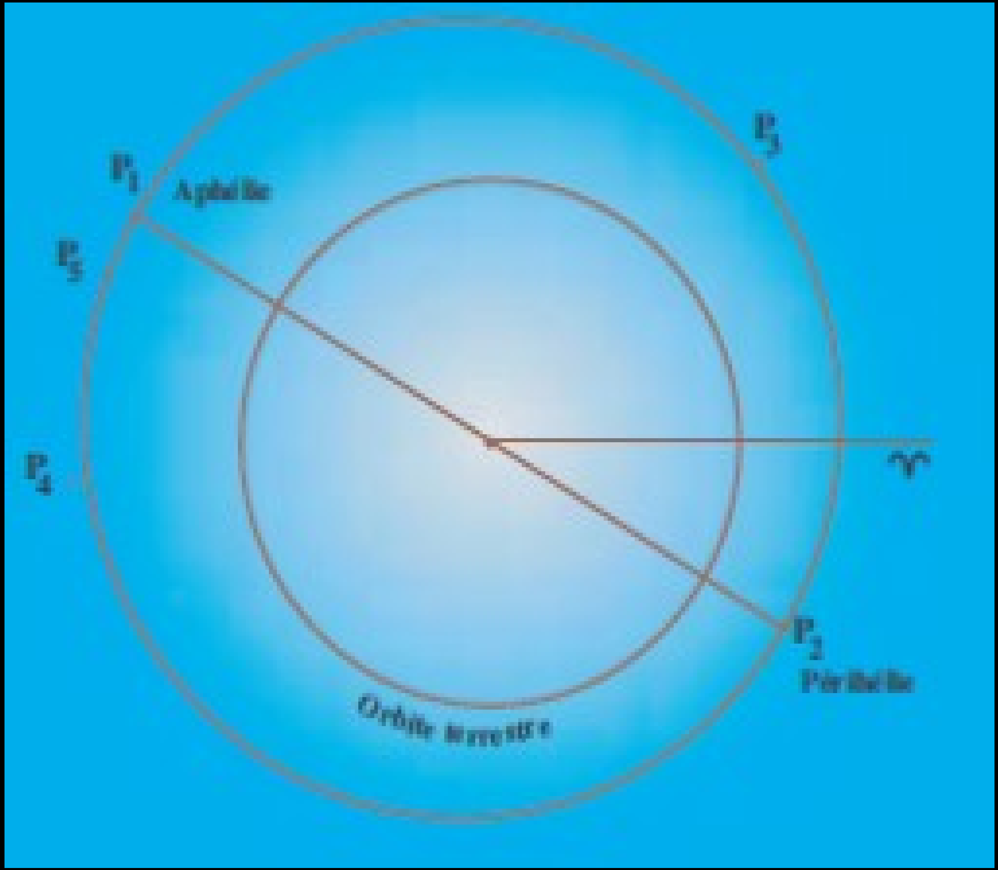
- **En procédant de la même façon pour les données du 19 septembre 1591, et celles du 6 aout 1593, on peut déterminer un deuxième point P2 de l’orbite de Mars.**



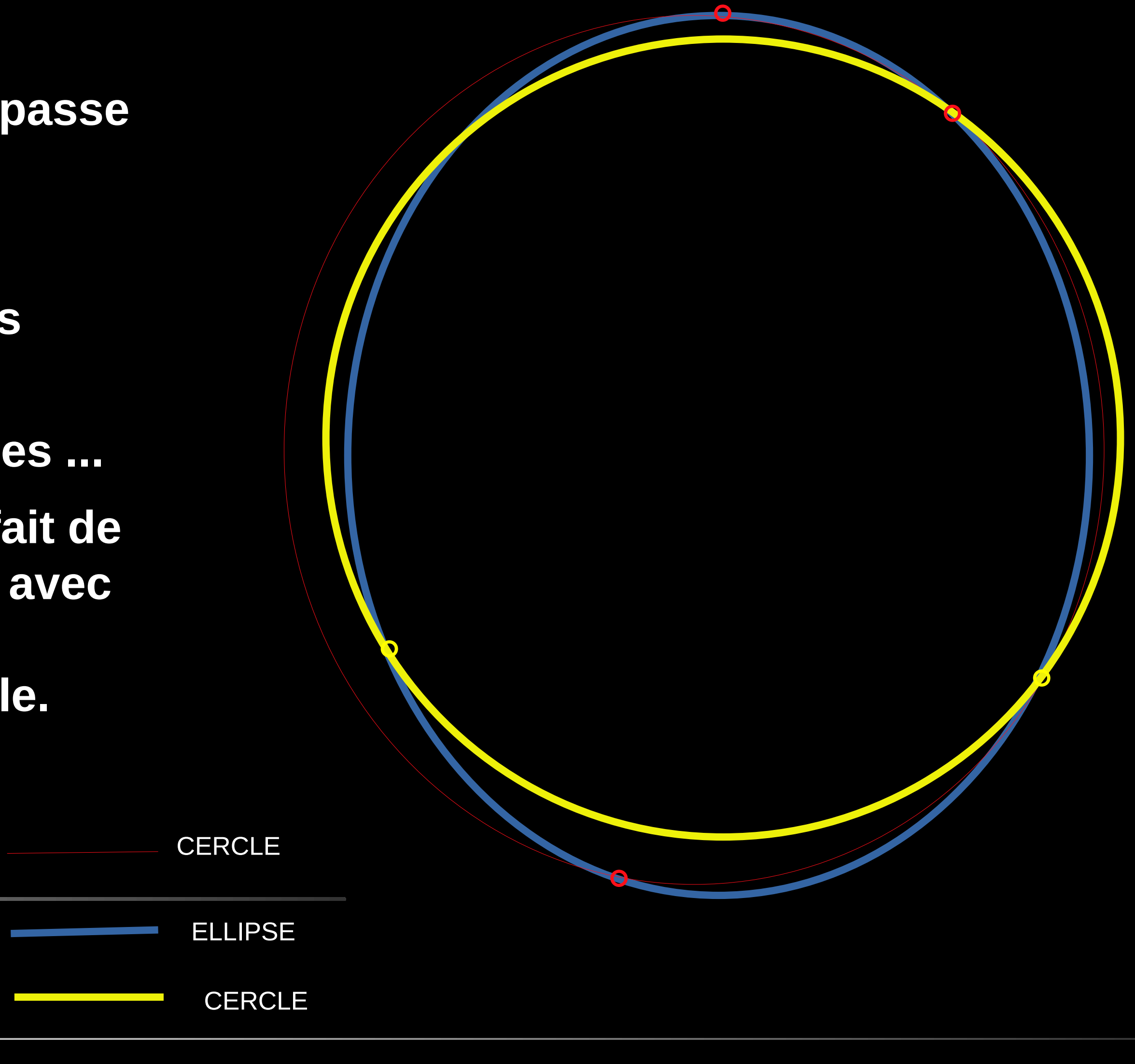
- **En procédant de la même façon pour les autres données, on obtient cinq points de l’orbite de Mars.**
- **Puisque par trois points passe un et un seul cercle, on peut choisir trois des points et tracer le cercle qu’ils déterminent.**

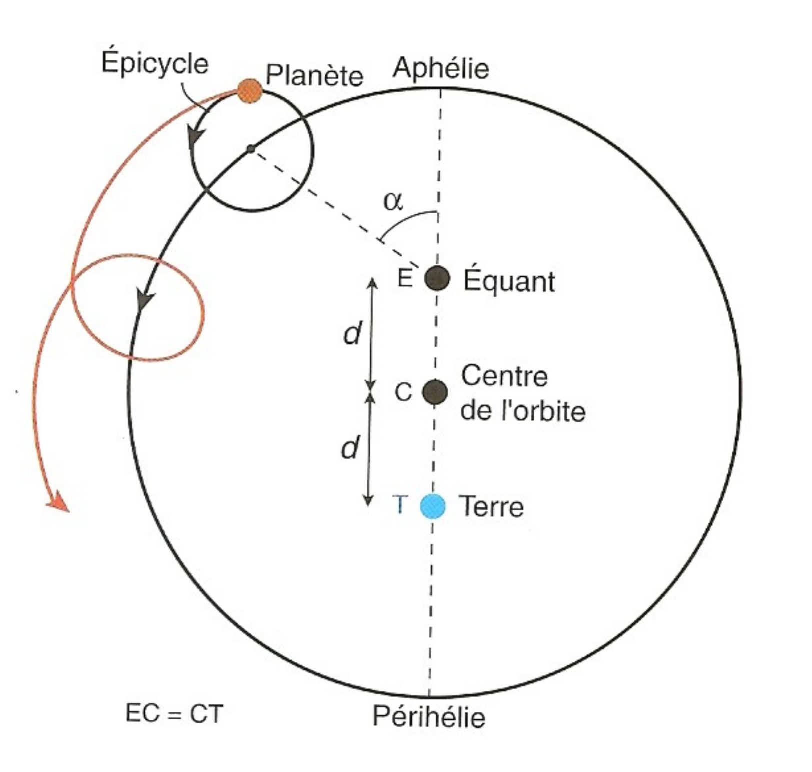


- Aucun des dix cercles ainsi tracés ne passe par les cinq points de l’orbite.
- L’orbite est-elle bien circulaire ?
- Kepler connaissait l’ellipse grâce à ses travaux sur l’optique,
- Mais il passe à côté pendant des années ...
- Pour décrire l’orbite de Mars, Kepler fait de nombreuses tentatives: des épicycles avec des déférents non symétriques, des épicycle tournant à une vitesse variable.

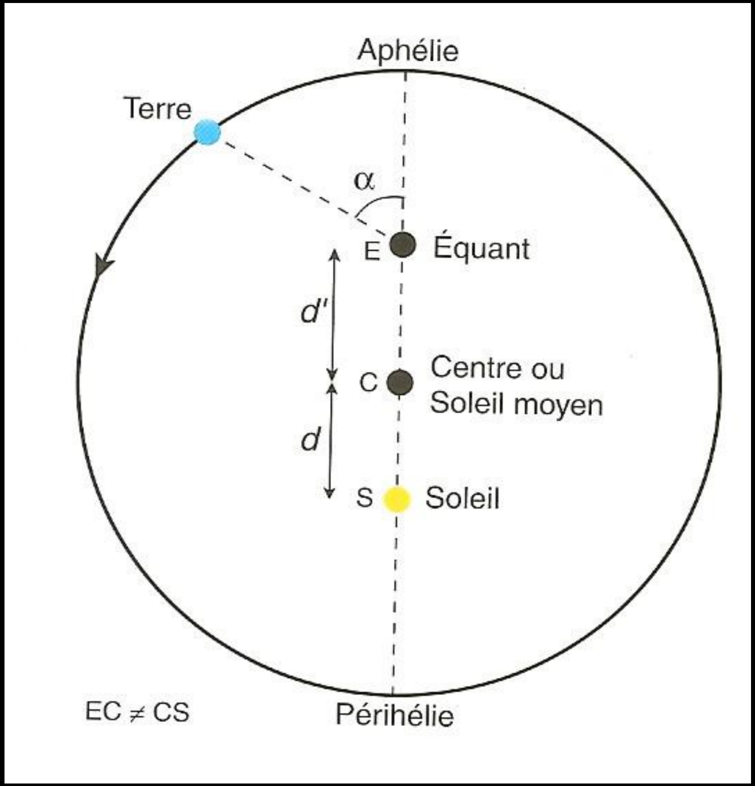


- **Aucun des dix cercles ainsi tracés ne passe par les cinq points de l’orbite.**
- **L’orbite est-elle bien circulaire ?**
- **Kepler connaissait l’ellipse grâce à ses travaux sur l’optique,**
- **Mais il passe à côté pendant des années ...**
- **Pour décrire l’orbite de Mars, Kepler fait de nombreuses tentatives: des épicycles avec des déférents non symétriques, des épicycle tournant à une vitesse variable.**





Équant de Ptolémée



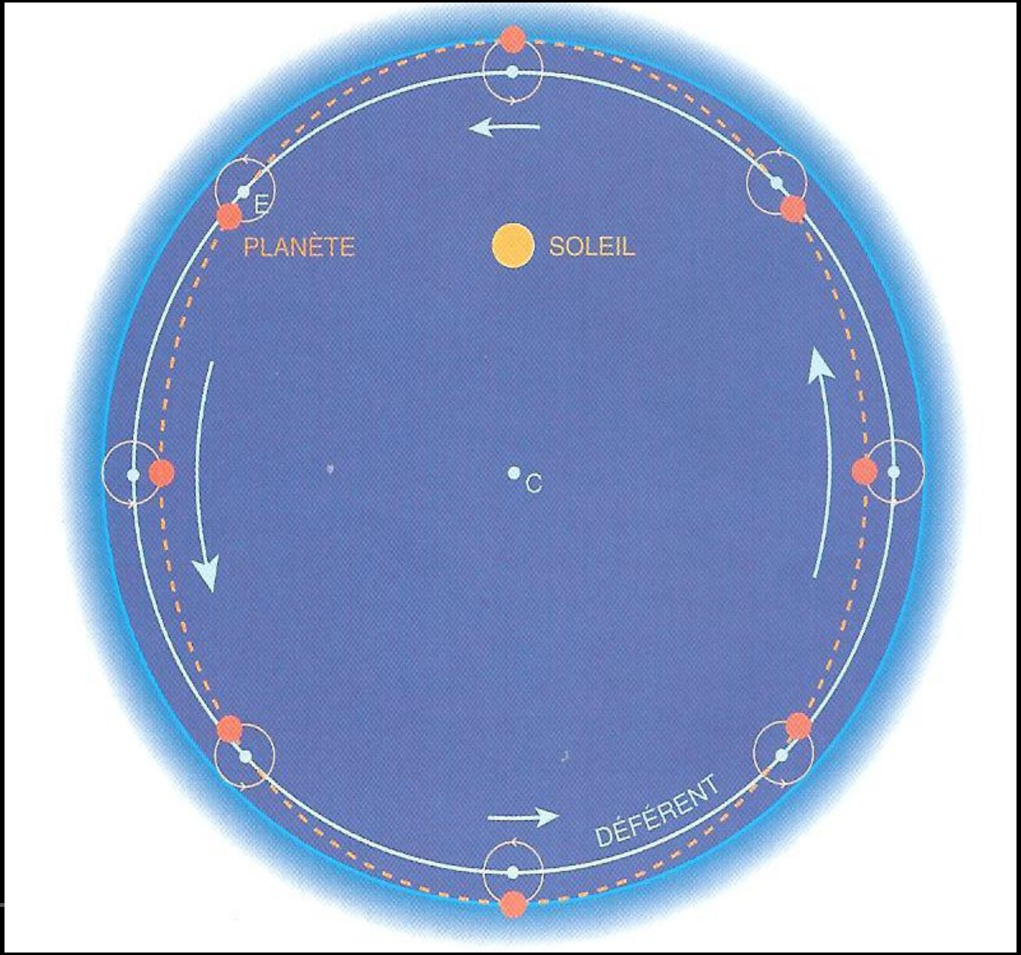
Équant de Kepler d ≠ d’

Il s’acharne sur les épicycles et bute sur les ovales qui ne peuvent pas se mettre en équation.

Il va reprendre tous les calculs de sa loi des aires

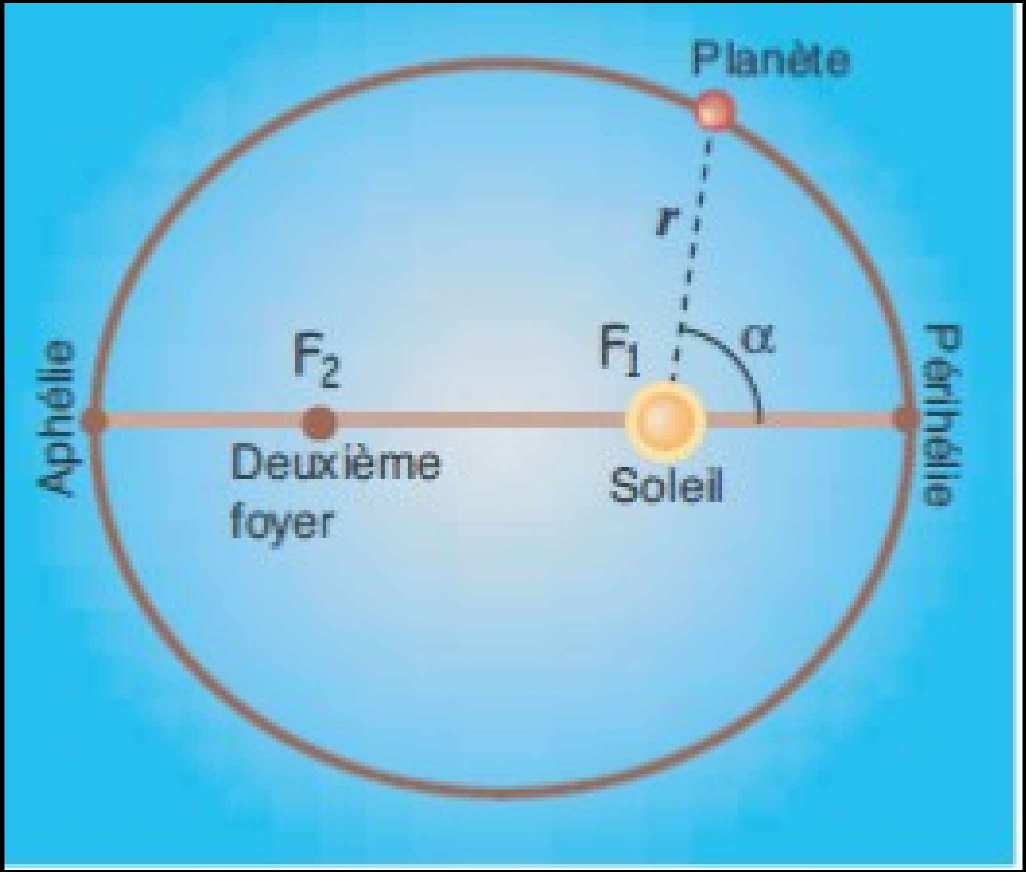
Il fait l’approximation de l’ovale des orbites par une ellipse

***« Si seulement l’orbite était une ellipse, le problème aurait déjà été résolu par Archimède et Apollonius »*.**



- **Au bout de 6 années de calcul, Kepler est enfin convaincu que l'orbite est elliptique**

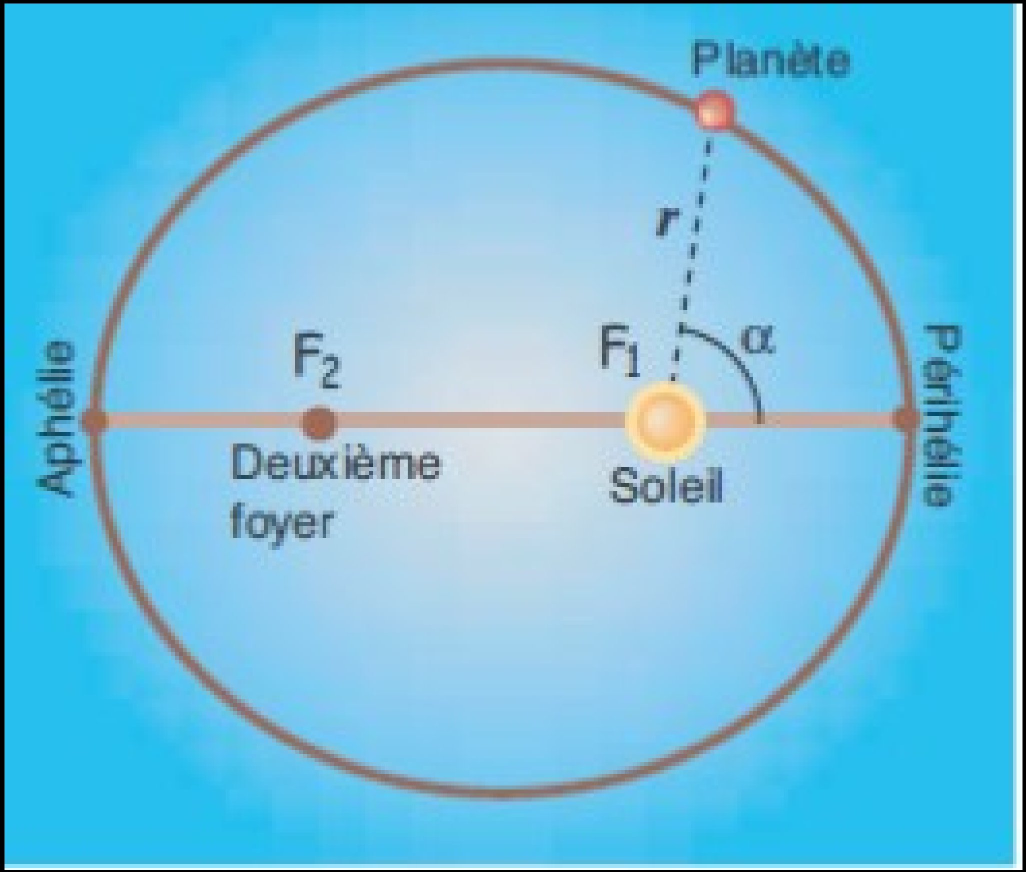
- ***« L'ellipse dont l'axe focal est le segment joignant le périhélie et l'aphélie est une meilleure représentation, un meilleur modèle des points de l'orbite de la planète Mars que n'importe quel cercle et agencement d'épicycle et de déférent »***



- **Pour confirmer cette hypothèse, il fallait déterminer les paramètres de l’ellipse.**
- **Après beaucoup de tentatives et de calculs, il obtient la relation suivante :**

$$r(\alpha) = p/(1 + e \cos \alpha)$$

- **où α est l’angle entre le périhélie et la planète et dont le sommet est le Soleil ; e, l’excentricité ; r, la distance du Soleil à la planète ; p, une constante.**
- **Ce résultat est impressionnant car on ne connaissait à l’époque ni la notion de fonction ni la géométrie analytique ….**

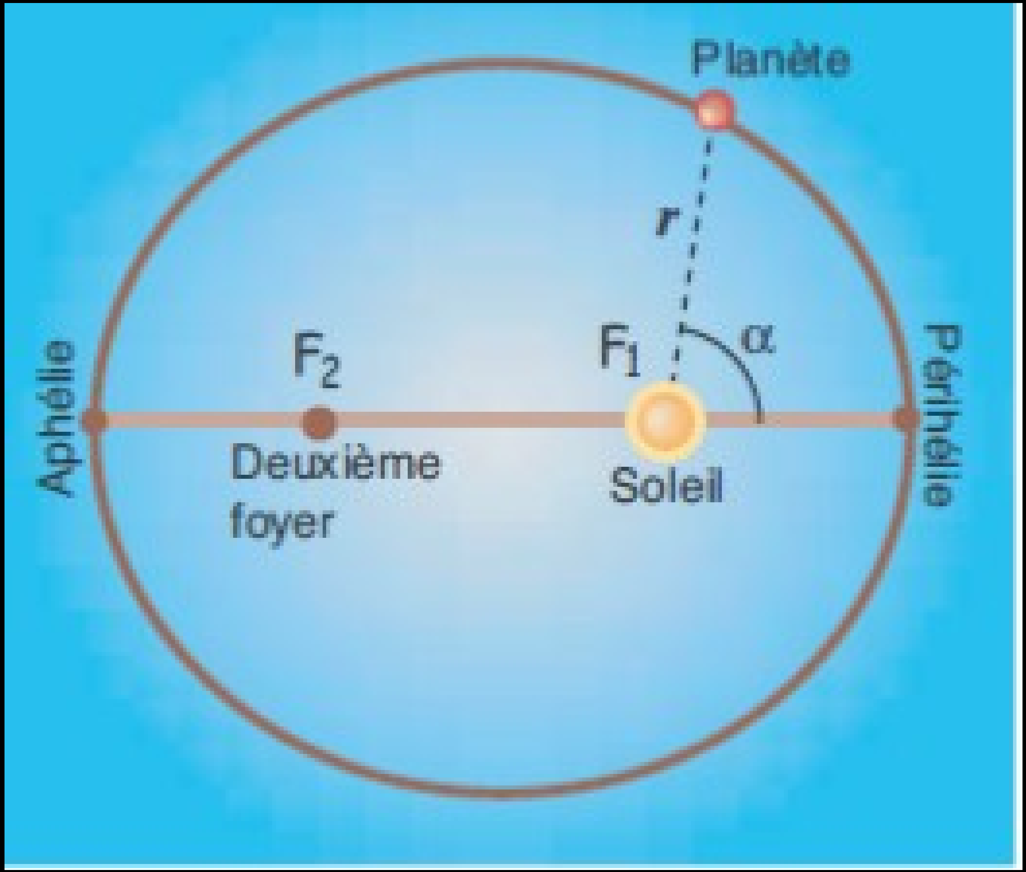


Kepler a enfin sa première loi.

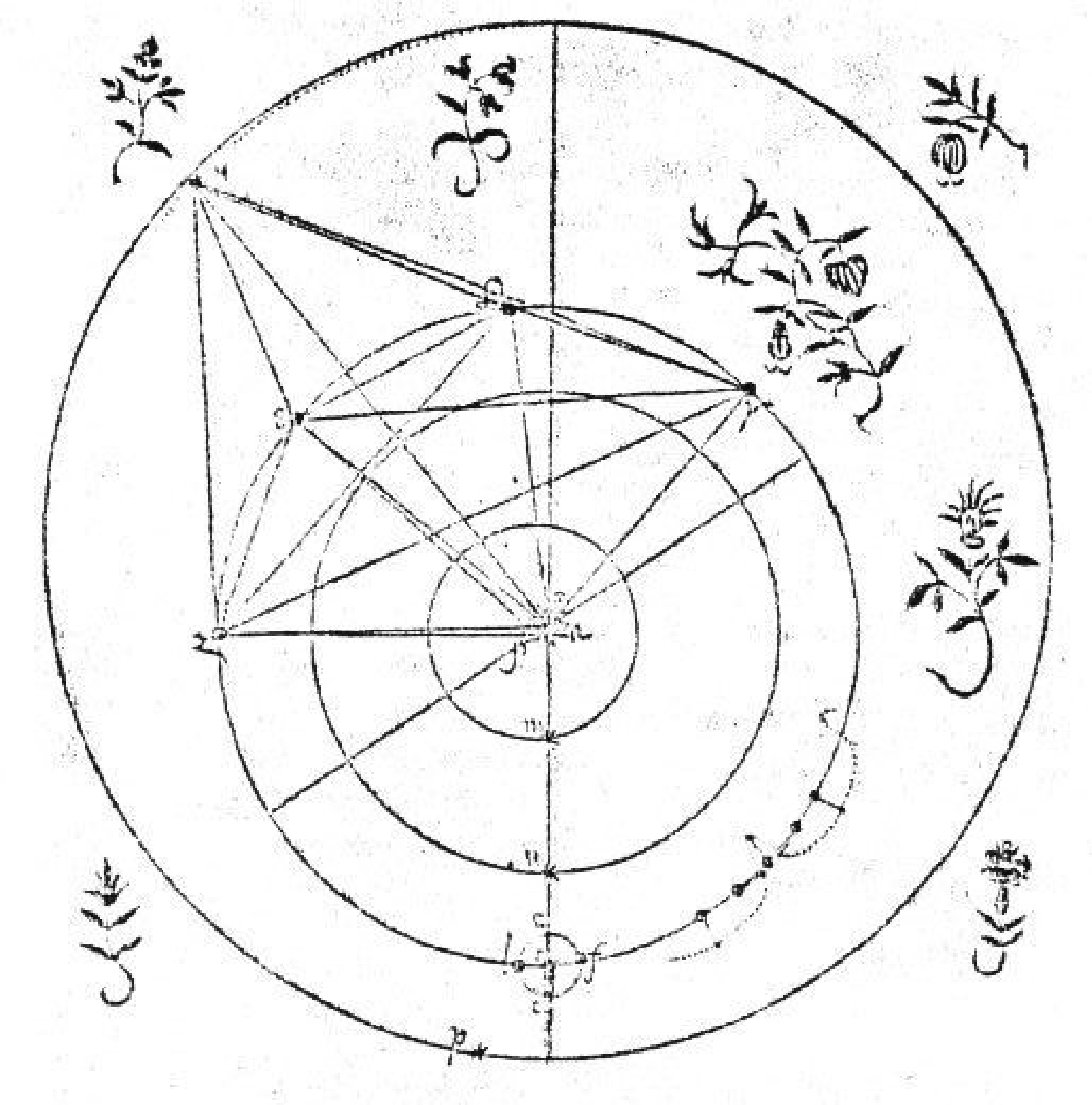
__Première loi__

Chaque planète décrit une ellipse dont un des foyers est occupé par le Soleil.

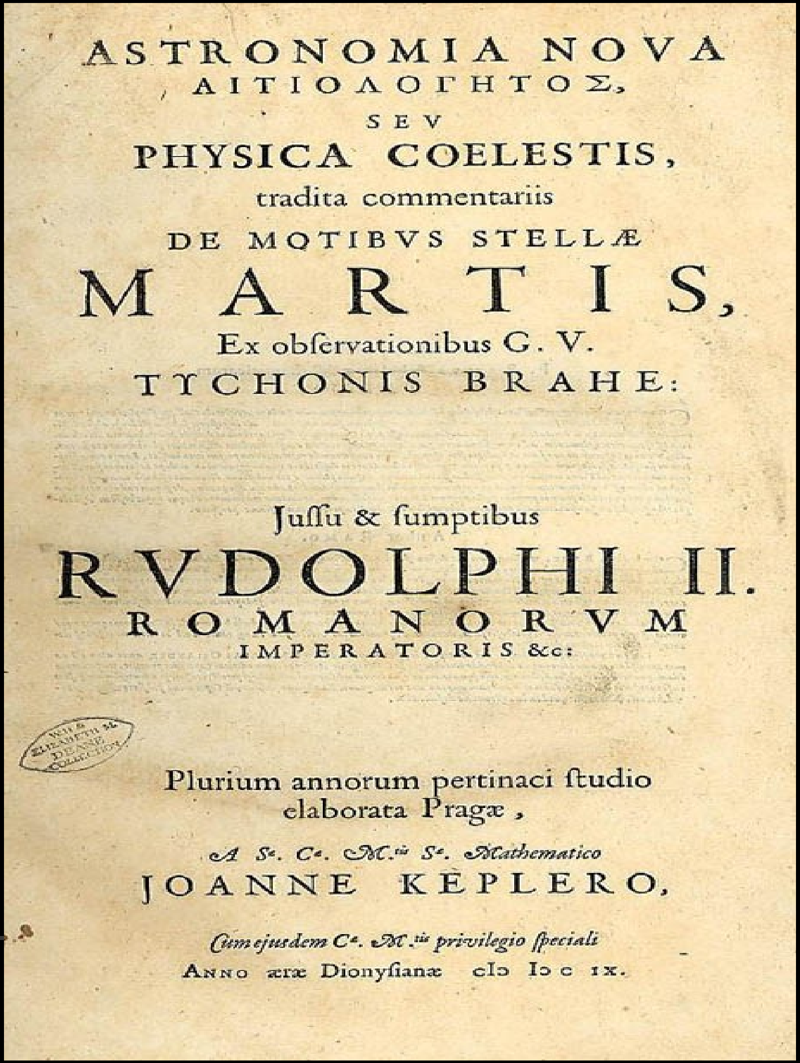
Kepler peut confirmer par les calculs sa deuxième loi



- C’est par des calculs échelonnés sur plusieurs années que Kepler est parvenu à montrer que les orbites des planètes étaient elliptiques.
- On considère aujourd’hui que c’est un heureux hasard qu’il se soit attaqué d’abord à l’orbite de Mars, car, parmi les planètes observées par Tycho Brahe, c’est celle dont la trajectoire elliptique présente la plus grande excentricité.
- L’excentricité de la Terre est de 0,016, celle de Mars de 0,093



- **Signalons également que la précision et la quantité des observations de Tycho Brahe ont été des facteurs déterminants.**
- **Si Kepler n’avait pu situer que trois points de l’orbite, le modèle circulaire aurait été retenu puisque par trois points on peut faire passer un et un seul cercle.**
- **Il a communiqué les résultats de ses travaux sur l’orbite de Mars dans un ouvrage *ASTRONOMIA NOVA.***
- **La page titre de cet ouvrage indique que les calculs sont basés sur les observations de Tycho Brahe.**

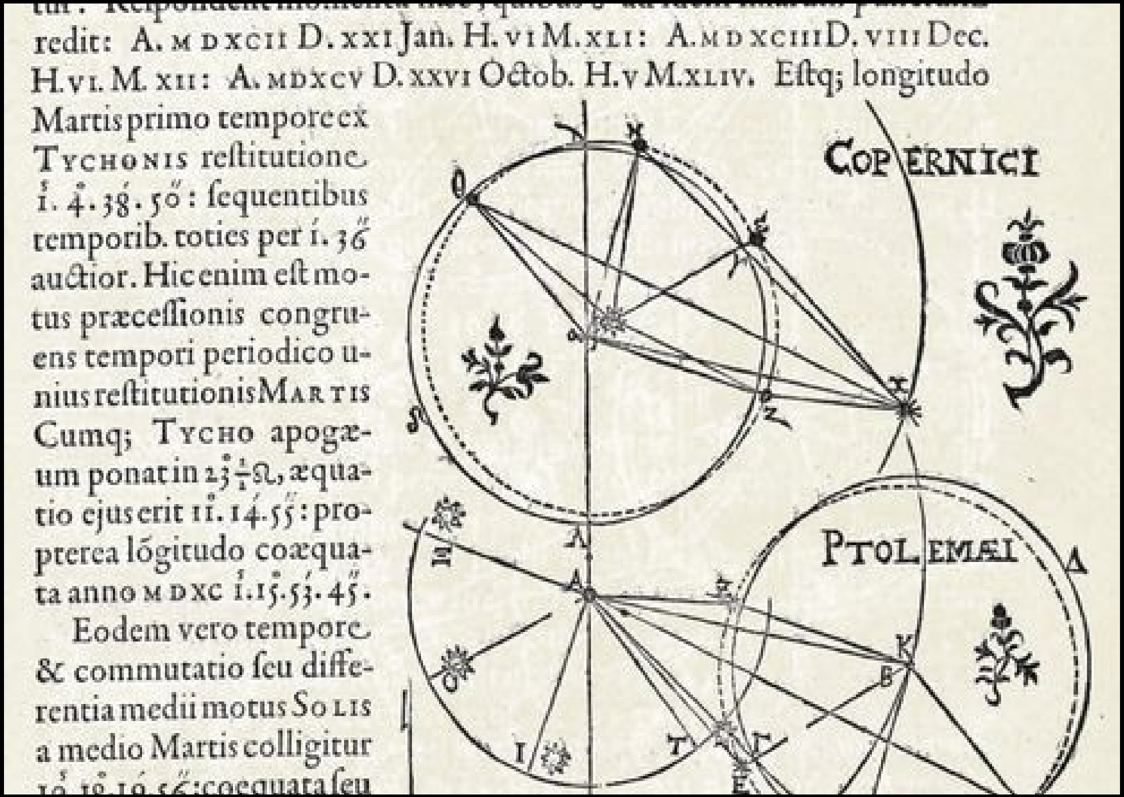

ASTRONOMIA NOVA
ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ,
SEV
PHYSICA COELESTIS,
tradita commentariis
DE MOTIBVS STELLÆ
MARTIS,
Ex obſervationibus G. V.
TYCHONIS BRAHE:

Juſſu & ſumptibus
RVDOLPHI II.
ROMANORVM
IMPERATORIS &c:

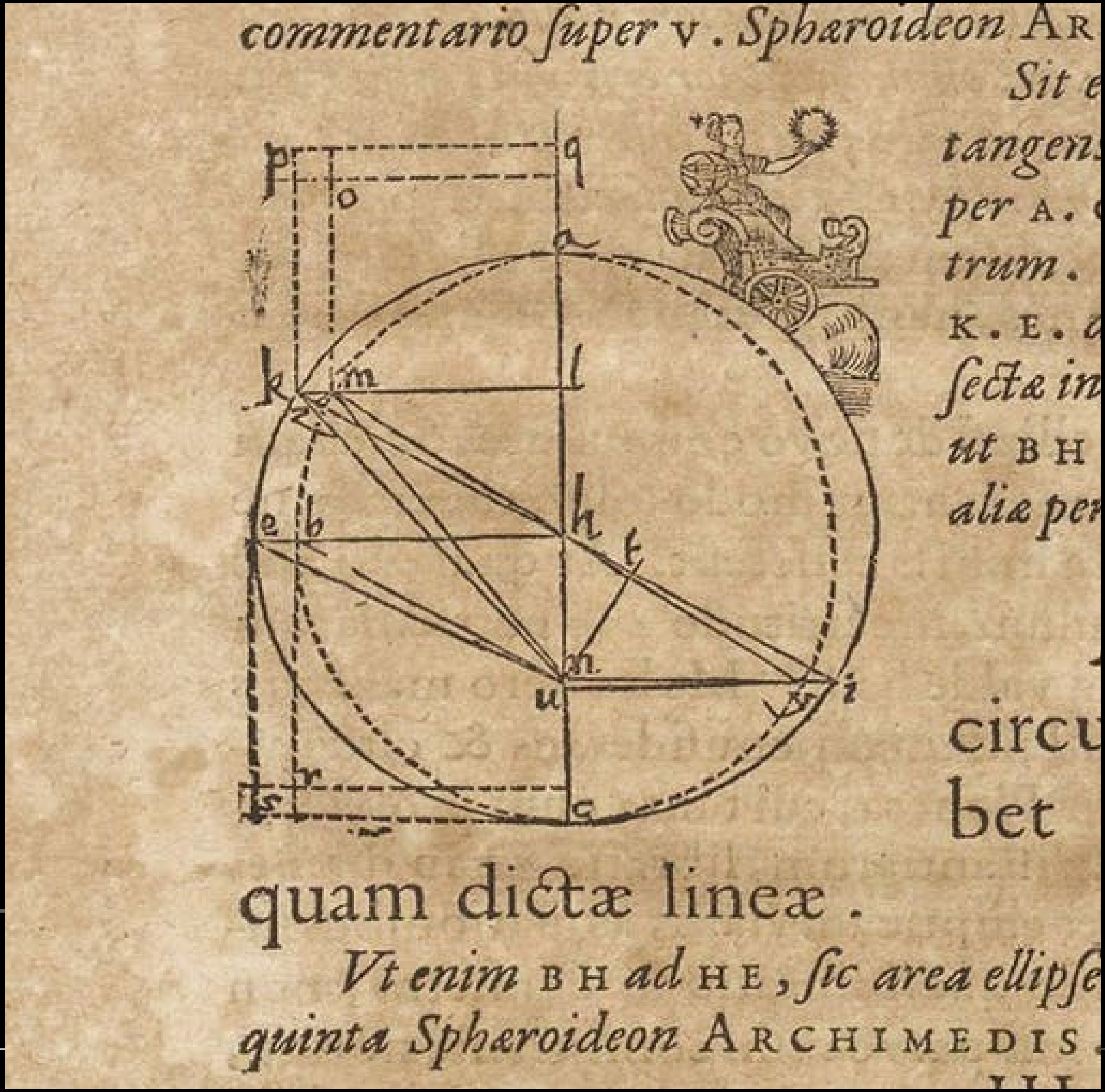
Plurium annorum pertinaci ſtudio
elaborata Pragæ,
A Sæ. Cæ. M.tis Sæ. Mathematico
JOANNE KEPLERO,

Cum ejusdem Cæ. M.tis privilegio ſpeciali
Anno æræ Dionyſianæ cIɔ Iɔ c ix.

- La première loi de Kepler fut confirmée par l'étude de Mercure qui n'avait pas été observée par Brahé.
- Cette planète semblait suspecte car, pour décrire son orbite, Copernic devait envisager un épicycle ayant une période d'un an.
- Grâce aux travaux de Kepler, Mercure devenait une planète tout à fait normale avec une orbite elliptique dont l'excentricité est de 0,2, qui ne peut absolument pas être assimilée à une trajectoire circulaire.


redit: A. MDXCII D. XXI Jan. H. VI M. XLI: A. MDXCIII D. VIII Dec.
H. VI. M. XII: A. MDXCV D. XXVI Octob. H. V M. XLIV. Estq; longitudo
Martis primo tempore ex
TYCHONIS restitutione
I. 4. 38. 50: sequentibus
temporib. toties per I. 36
auctior. Hic enim est mo-
tus præcessionis congru-
ens tempori periodico u-
nius restitutionis MARTIS
Cumq; TYCHO apogæ-
um ponat in 23½ ♌, æqua-
tio ejus erit II. 14. 55: pro-
pterea lõgitudo coæqua-
ta anno MDXC I. 15. 53. 45.
Eodem vero tempore
& commutatio seu diffe-
rentia medii motus SOLIS
a medio Martis colligitur

- **La première loi permit à Kepler de prédire un passage de Mercure devant le Soleil pour 1631. Il mourut trop tôt, en 1630, pour pouvoir observer ce passage.**
- **Pierre Gassendi a observé le phénomène et constaté que la prévision était précise au dixième de degré.**


commentario super v. Sphæroideon Ar

Sit e

tangen

per A.

trum.

K. E.

secta in

ut BH

aliæ per

circu

bet

quam dictæ lineæ.

Vt enim BH ad HE, sic area ellipse

quinta Sphæroideon ARCHIMEDIS.

Harmonice Mundi :l’Harmonie du Monde (publié en 1619)
TROISIÈME LOI : LA LOI DES PÉRIODES

- **Kepler a cherché une relation harmonique entre les rayons moyens des orbites des planètes et les vitesses de celles-ci.**

- **La loi des aires est une relation « harmonieuse » entre la vitesse d’une planète et sa distance au Soleil.**

- **Mais Kepler a voulu établir une relation entre les rayons moyens R_1 et R_2 des orbites de deux planètes et leurs périodes de révolution T_1 et T_2.**

- **Il a d’abord comparé le rapport des périodes au rapport des rayons moyens, soit :**

  $$T_1 / T_2 = R_1 / R_2$$

- **Il a alors constaté que le rapport des rayons moyens était plus petit que le rapport des périodes.**

- **Il a ensuite comparé le rapport des périodes au rapport des carrés des rayons moyens, soit :**

  $$T_1 / T_2 = (R_1 / R_2)^2$$

- **Il a constaté que le rapport des carrés des rayons moyens était plus grand que le rapport des périodes.**

- **Il a alors effectué la comparaison suivante :**
  $T_1 / T_2 = (R_1 / R_2)^{3/2}$

- **Dans le tableau ci-contre, on a quelques-uns des résultats obtenus en comparant les planètes deux à deux par ordre croissant des distances au Soleil.**

- **Kepler a trouvé ces résultats très satisfaisants, d’autant plus que le rapport 3/2 est la base du système musical pythagoricien**.

PLANÈTES	RAYON R (UA)	PÉRIODE T EN ANNÉE	RAPPORT DES PÉRIODES T/T_{+1}	PUISSANCE 3/2 DU RAPPORT DES RAYONS R/R_{+1}
MERCURE	0,387	0,241		
VENUS	0,723	0,615	2,55187	2,55353
TERRE	1,000	1,000	1,62602	1,62664
MARS	1,524	1,881	1,88100	1,88138
JUPITER	5,203	11,862	6,30622	6,30817
SATURNE	9,534	29,456	2,48322	2,48046

- De la relation $T_1/T_2 = (R_1/R_2)^{3/2}$ on tire $T_1^2/T_2^2 = R_1^3/R_2^3$, soit $T_1^2/R_1^3 = T_2^2/R_2^3$, soit :

$$T^2 = k\, R^3$$

- <u>Troisième loi de Kepler :</u>

Le carré du temps de révolution d'une planète autour de son orbite est proportionnel au cube de la distance moyenne au Soleil.

- **La constante k est la même pour toutes les planètes.**

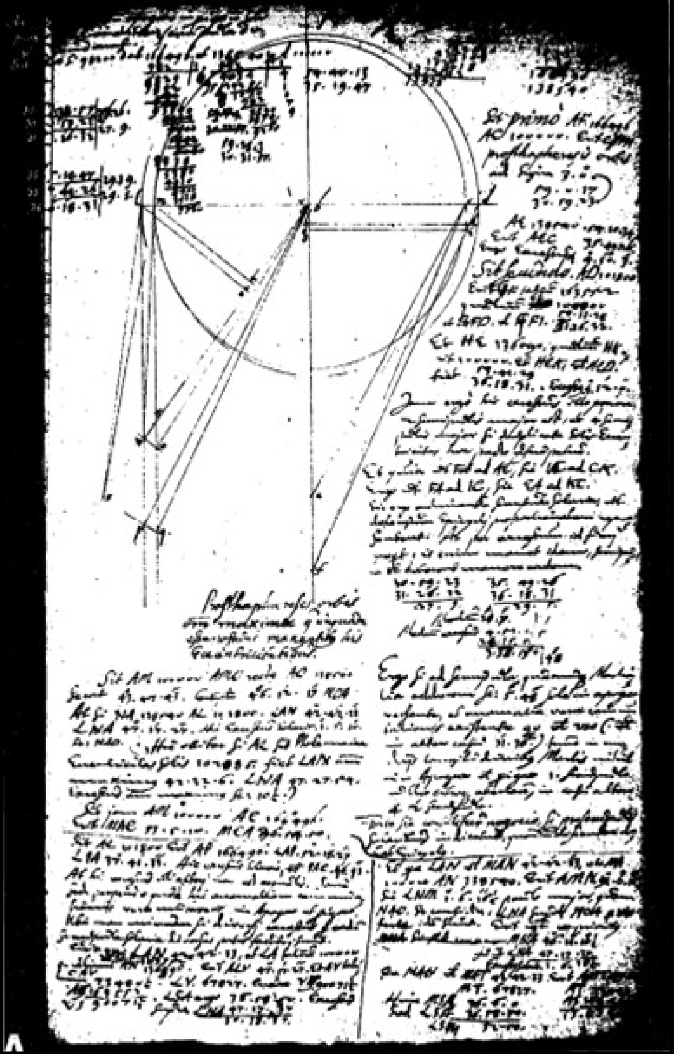
- **Cette troisième loi établit une relation entre les mouvements de toutes les planètes.**

- Relation entre les périodes et les distances moyennes

- Selon Newton, la troisième loi implique que les masses des planètes sont nulles, ce qui n’est pas le cas. La troisième loi n’est vérifiée qu’à 0,1 % près.

PLANÈTE	Rayon R (UA)	Période T en année	Rapport T^2/R^3
MERCURE	0,387	0,2414	1,002
VENUS	0,723	0,615	1,001
TERRE	1,000	1,000	1,000
MARS	1,524	1,881	1,000
JUPITER	5,203	11,862	0,999
SATURNE	9,534	29,456	1,001

Voir Kepler 2 pour la conclusion



Cap. VI.

de 4. 310. 747. 475 ℨ + 978. 763. 835. 536. 363 duplum, quæ æqualia sunt. Simplo ergo radicis illis est æquale — 13. 675 ℞ + 2. 253. 450. 289. Ac cum hæc sit illius radici æqualis, hujus ergo quadratum illi ipsi erit æquale. Est autem hujus quadratum,

+ 195. 188. 841. ℨ — 57. 349. 565. 406. 398 ℞ + 421. 252. 106. 718. 172. 561.

Abjice utrinque 195. 188. 841 ℨ & 978. 763. 835. 536. 363, & adde utrinque 57. 349. 565. 406. 398 ℞. Stabunt utrinque æqualia; illinc 4. 115. 558. 634 ℨ + 57. 349. 565. 406. 398 ℞; hinc vero, 4. 211. 573. 342. 882. 835. 998. Et in minimis numeris 1 ℨ + 13934 ℞ æquant 1. 023. 329. 690. Peracta æquatione prodit ε ♃ ... figuratæ valor 25772.

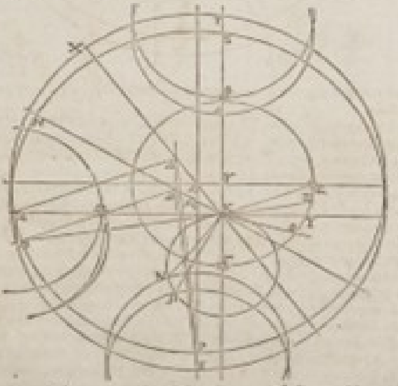
Cognita semidiametro circuli jam facile habentur anguli. Nam a ♃ ε aufer ε α 15971, restabit ♃ α 10801. Et ♃ α est 90665. & ♃ α ♃ rectus, ergo α ♃ 7 gr. 30 min. 10 sec. Sed α ♃ vel ζ δ supra per 3 gr. 0 min. 6 sec. annuebat ad ζ δ vel ♃ α, quæ in 5 ½ gr. Cancri incidit. ergo ζ ε vel α ♃ in 8 ½ gr. Cancri. Ergo ♃ ♃ in 16 gr. Cancri. Sole ergo (assumptis his numeris) perambulante 16 gr. Cancri, Planeta vero medio & æquabili motu in 8 ½ gr. Capricorni at apparenti circa 17 gr. Scorpionis versante, ε ζ apparet maxima. Quod si Planeta sit ultra 8 ½ gr. Capricorni, ultra scilicet ζ ε, esse tunc ... apparentia tamen augeri poterit in puncto ultra ε ob appropinquationem orbium. Quantitas jam statim habetur. Cum

tur. Cum enim ε ♃ sit inventa 25772 & ε ζ 470 ½, erit ε ♃ ε 1 gr. 3 min. 35 sec. Et vero æquale est ε γ ζ quem hactenus investigavimus per 2 a tertio Euclidis. siquidem quia totus ζ ♃ ε ad centrum, duplus est ipsius ζ ε α ad circumferentiam, & vero ε ♃ α dimidium est ipsius ζ ♃ ε. Quod si ♃ δ, α δ, bisecentur, & ♃ α dimidium ipsius ♃ α assumeretur; quæ de ipsa ..., cum ζ α & consequenter ejus angulus ad ε quarta parte possit major fieri. Ita vides tandem, quantum mea hæc traductio hypotheseos a medio ad apparentem motum Solis in parallaxibus orbis annui turbet.

Cap. VI.

APERTA igitur est nobis jam via per observationes quoque statuendi de eo, quod a priori & a consideratione caussarum motricium deduxeram; scilicet lineam apsidum Planetæ, quæ sola bisecat iter Planetæ in duos semicirculos æquales vigore & quantitate, hanc inquam lineam, non præter Solem (ut artificibus placet) sed per ipsum centrum corporis Solis transire. Hoc autem in successu Operis demonstrabo ex observationibus parte quarta & quinta.

JAM EADEM, quantum fieri potest, & in PTOLEMAICA hypothesi deducam.



Centro α scribatur eccentricus Solis γ, in quo α γ sit linea apsidum, & terra immobilis in linea α γ puncto κ, versus γ, & α punctum assumatum æqualitatis motus Solis. erigantur ex γ, κ, perpendiculares α ε, κ γ & conne-

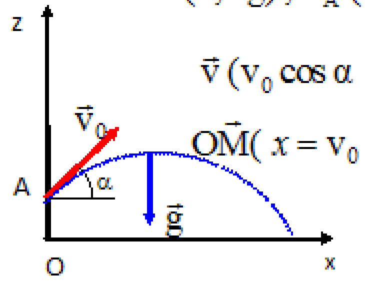
ctantur ε

CREDITS :

- Laure MANUEDDU
- Eduardo PRINCIPI
- André ROSS :Association Mathématique du Quebec
- British Museum : Astronomy before the Telescope et Short account of History of mathematics
- Ferguson KITTY :Tycho& Kepler , the unlikely partnership that forever change the heavens
- Eves HOWARD : an introduction to the History of Mathemativc
- Michel-PierreKOESTLER : Les Somnambules
- Anne-Marie LOMBARDI : Les Musiciens du Ciel
- Michel-Pierre LERNER : Ptolémée bien avant Copernic
- Gustave SEGONDS : La longue guerre de Mars

Merci pour votre attention

Et dites vous bien que vous avez échappé à ça…….



$$\vec{a}(0;-g)\,;\,\vec{v}_A\,(v_0\cos\alpha\,;\,v_0\sin\alpha)\,;\,\vec{OM}_0(0;h)$$

$$\vec{v}\,(v_0\cos\alpha\,;\,v_0\sin\alpha - gt)$$

$$\vec{OM}(\,x = v_0\cos\alpha\,t\,;\,z = -0{,}5\,gt^2 + v_0\sin\alpha\,t + h\,)$$

$$\boxed{z = \frac{-0{,}5\,gx^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\left[e\sin\theta R_P + (1+e\cos\theta)T_P\right]$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na}\left[\sin\theta R_P + (\cos\varphi + \cos\theta)T_P\right]$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{na\sqrt{1-e^2}}\frac{r}{a}\cos(\omega+\theta)N_P$$

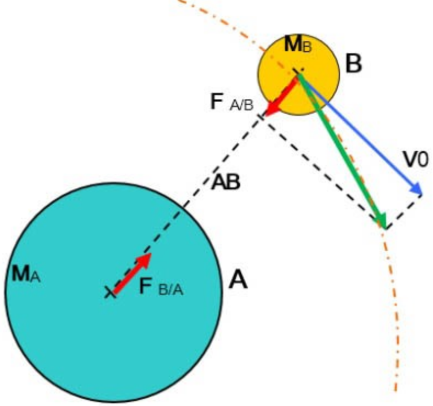
$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na\sqrt{1-e^2}}\frac{r}{a}\frac{\sin(\omega+\theta)N_P}{\sin i}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae}\left[-\cos\theta R_P + \frac{2+e\cos\theta}{1+e\cos\theta}\sin\theta T_P - \frac{e\cos i}{1-e^2}\frac{r}{a}\frac{\sin(\omega+\theta)N_P}{\sin i}\right]$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{1-e^2}{nae}\left[\left(\cos\theta - \frac{2e}{1+e\cos\theta}\right)R_P - \frac{2+e\cos\theta}{1+e\cos\theta}\sin\theta T_P\right]$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \qquad M = \varphi - e\sin\varphi$$

$$\cos\theta = \frac{\cos\varphi - e}{1+e\cos\varphi} \qquad r = a(1-e\cos\varphi)$$



$F_{B/A}$ = $F_{A/B}$ force de gravitation.

M_A et M_B = masses des deux corps.

AB= distance qui sépare les centre de gravité des deux corps,

G = constante gravitationnelle 6,67 x 10^{-11} Nm²/Kg².

V0 = Vitesse initiale.

$$\vec{F}_{A\to B} = -G\frac{M_A M_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}$$